

# “Optimización de acero de refuerzo con algoritmos genéticos para el diseño de columnas de concreto”

“Optimization of reinforcing steel with genetic algorithms for the design of concrete columns”

Luis Fernando Verduzco Martínez [1], Jaime Moises Horta Rangel [2], Miguel Ángel Pérez Lara y Hernández [3],  
Guadalupe Moisés Arroyo Contreras [4]

[1] luiz.verduz@gmail.com, [2] horta@uaq.mx, [3] migperez@uaq.mx, [4] marroyo@uaq.mx

Faculty of Engineering - Autonomous University of Queretaro, Mexico, 2020

## Resumen

Se presenta la creación de un programa de optimización para el diseño de acero de refuerzo para elementos estructurales que puedan considerarse como columnas, pilas o pilotes de concreto reforzado, sometidos a flexo-compresión de sección rectangular, empleando métodos numéricos y algoritmos metaheurísticos, particularmente con *el algoritmo genético de optimización*, para la optimización en costos de construcción, adaptando tales algoritmos al problema de tal forma que los diseños resultantes sean prácticos y convenientes para su aplicación en la industria de la construcción, basándose en ciertos criterios de [6] y cuestionando otros.

Se mostrará como se adaptó dicho algoritmo evolutivo así como otros métodos numéricos generales de la ingeniería y más específicamente otros desarrollados para ingeniería estructural para el diseño óptimo de ese tipo de columnas de concreto. Además, se presenta también un análisis de sensibilidad de costos de precios unitarios de construcción con los que se creó la función objetivo para el algoritmo de optimización. Se presentan al final, los resultados de varios experimentos, haciendo comparaciones con distintos modelos de diseño resultantes en costo y geometría con la aplicación de la optimización y sin esta.

**Palabras clave:** EST\*, algoritmos genéticos, optimización, acero de refuerzo, columnas de concreto

## Abstract

Is presented hereby the creation of an optimization program for the design of reinforcing steel for any type of structural elements which may be considered as columns, pillar, pilots or dies, subjected to flexo-compression mechanic stresses for rectangular cross sections elements with the support of numeric methods and meta-heuristic algorithms for the optimization of constructions costs, particularly *the Genetic algorithm*, adapting such algorithms to the optimization problem so that it makes the resultant designs practical and convenient for its application in the construction industry, based on certain criteria from [6] and questioning other.

It will be shown how such optimization algorithm was adapted to the problem, as well as other general numeric methods for engineering and others developed specifically for structural engineering for the optimal design of this sort of concrete elements. Moreover, sensibility cost analysis of unitary construction prices are presented as well, with which the objective function for the optimization algorithm was created. At the end, results of various experiments with and without the optimization program are shown, making comparisons between different structural models regarding cost and geometry.

**keywords:** EST\*, genetic algorithm, optimization, reinforcing steel, concrete columns

## 1. Introducción

En la actualidad cada vez es más requerido el empleo de métodos de optimización para el diseño en la ingeniería con el fin de usar los menores recursos posibles cumpliendo de la mejor manera las demandas requeridas en servicio, economía y sustentabilidad. Además esta práctica proporciona un excelente punto de partida

para dar solución a muchas problemáticas en las industrias, en el menor tiempo posible, pudiendo así ahorrar el ejercicio de tareas exhaustivas para los profesionales en cualquier área determinada de diseño y dar importancia a aspectos más relevantes.

Uno de los métodos más útiles y por ende usados en la ingeniería para problemas de optimización es el método metaheurístico evolutivo de optimización conocido como “*Algoritmo genético (GA)*”, que es el que se emplea en este trabajo, y que se ha utilizado para todo tipo de aplicaciones en el diseño estructural. Refiriéndose a estructuras de acero, tales como diseño de armaduras de acero [5], edificios y marcos completos de acero, pretendiendo minimizar tanto el peso de la estructura, como el costo de la estructura y/o los desplazamientos máximos [11]. Al tratarse de estructuras de concreto reforzado, la mayoría de las investigaciones están enfocadas en el diseño de trabes y pocos para el diseño de marcos, igualmente pretendiendo minimizar el costo total de la construcción y el desplazamiento máximo bajo cargas definidas, sin preocuparse realmente por el acero de refuerzo. Sin embargo, en algunos trabajos [10] aunque no se aplica un algoritmo de optimización formalmente, sino de manera indirecta, se demuestra lo mucho que influye una topología adecuada de acero de refuerzo en la eficiencia de un elemento estructural de concreto y en el costo de construcción del mismo.

Partiendo de estos trabajos anteriores es que se llega al interés de aplicar un algoritmo de optimización propio como lo es el algoritmo genético para la determinación de un arreglo óptimo de varillas de acero de refuerzo en elementos de concreto y ver como se puede adaptar tanto el algoritmo como sus principios propios al problema, además de las variables que podrían influir para la obtención de los mejores resultados.

### **1.1. Objetivo**

Crear un programa de optimización para el diseño de acero de refuerzo en un elemento estructural de concreto sometido a combinaciones de carga en flexo-compresión en dos direcciones.

## **2. Metodología/Materiales y métodos**

Se presenta la siguiente metodología de manera general para el desarrollo de las funciones del programa de optimización (consideraciones para análisis estructural, optimización, exportación de reportes y resultados).

1. Programar en MatLab “*El método del Perfil Idealizado de Acero*” [10], introduciendo aspectos generales de diseño para columnas de concreto cortas e intermedias para la determinación de un área aproximada de acero de refuerzo sobre la cuál se basará el algoritmo de optimización
2. Desarrollar el problema de optimización (variables, restricciones, funciones objetivo)
3. Hacer un estudio de precios unitarios y costos de proveedores de acero, así como de equipo y mano de obra en general para armar el acero de refuerzo
4. Insertar estos costos en el algoritmo de optimización dentro de la función objetivo al momento del diseño óptimo
5. Aplicar el *Algoritmo Genético* para la determinación del acero óptimo para un determinado  $f'_c$
6. Realizar las simulaciones y ejecución de experimentos requeridos para analizar el comportamiento de diferentes modelos estructurales de columnas ante diferentes condiciones de carga, haciendo comparaciones entre los diversos resultados referente a costos finales y geometrías

## 2.1. Tipos de optimización en ingeniería

El hablar de optimización en la ingeniería usualmente se refiere a configuraciones geométricas de cuerpos o estructuras tales que se minimice o maximice una función de costo cumpliendo simultáneamente con ciertas condiciones o restricciones como pueden ser también geométricas, aunque también de servicio o del mismo costo como se ha mencionado en capítulos anteriores.

En general, para dar solución a estos problemas se puede plantear la optimización de dos maneras: *optimización de forma* o *optimización de la topología*.

### 2.1.1. Optimización de forma

Este tipo de optimización consiste en modificar la geometría del dominio preservando su topología, es decir, sin crear huecos o cavidades en su interior. El principal inconveniente de este tipo de optimización es que solo permite cambios en la frontera del dominio, limitando su campo de aplicación.

### 2.1.2. Optimización de la topología

Este tipo de optimización, por otra parte, permite tener un mejor control del dominio de la geometría, permitiendo obtener una configuración geométrica deseada partiendo de una morfología inicial distante de la óptima.

El presente trabajo se enfoca en la optimización de la topología de las varillas de acero de refuerzo embebidas en los elementos de concreto.

## 2.2. Planteamiento de un problema de optimización

El propósito principal de una optimización es obtener un conjunto de valores de las variables de diseño que haga mínima una función objetivo, y cumpla una serie de restricciones que dependen de dichas variables. Esta función objetivo puede enfocarse en una sola característica a optimizar como puede ser el peso de la estructura, el coste económico, la duración, rigidez, etc.

El diseño de estructuras requiere además que estas posean ciertas propiedades de resistencia o resonancia que restringen el espacio de soluciones posibles

Se suele expresar de forma matemática un problema de optimización en el que se pretenda minimizar una función  $F = f(x)$  sujeta a:

$$\begin{cases} g_i(x) \geq 0 & i = 1, 2, \dots, m \\ x_j^L \leq x_j \leq x_j^U & j = 1, 2, \dots, k \end{cases} \quad (1)$$

---

Donde:

---

$F$  es la característica a optimizar (peso, rigidez, costo, etc.)

$x$  es el conjunto de variables de diseño formado por el material, la sección transversal, longitud, posición, etc.

$k$  es el número de variables de diseño

$g_i(x)$  es una de las restricciones de diseño

$m$  es el número total de restricciones de diseño

$x_j^L, x_j^U$  son los límites inferior y superior de la variable de diseño  $j$

---

### 2.3. Algoritmos evolutivos

La computación evolutiva nace ante la necesidad de cubrir los inconvenientes y limitaciones de los métodos más tradicionales como los de optimización clásica *Newton Raphson*, *Penalty method*, etc. en los que se requiere de una función continua derivable para poder aplicarse optimización. El obtener una función objetivo continua derivable en la optimización de estructuras no siempre es posible.

El primer Algoritmo Evolutivo desarrollado fue el *Algoritmo genético*, desarrollado a mediados de los 60's y 70's por un conjunto de investigadores, entre los que destaca [8], quien fue el que llamó a esos algoritmos por ese término.

#### 2.3.1. Algoritmo genético

Estos algoritmos están basados en los procesos evolutivos en la genética de las especies acorde a la **teoría de Darwin de la evolución**. [12]. Los principales elementos que componen a un algoritmo genético en general son: *decodificación de variables* a partir de cadenas de dígitos referidos como **cromosomas**. Una vez que se crean los valores de cada variable, se evalúa la función o **individuo** para asignarle un **valor de aptitud** que puede ser usado luego para seleccionar individuos para su reproducción.

El proceso de selección de los individuos para las siguientes generaciones se lleva a cabo de manera aleatoria en cierta medida, más no de manera determinística, es decir, evitando seleccionar siempre los individuos más adaptados, partiendo desde el punto en que los genes de los cromosomas se crean de manera también aleatoria, ya que en algunos casos el individuo menos adaptado podría contener una secuencia de genes que podrían generar un individuo altamente adaptado cuando se combine con material genético de otro individuo (asumiendo que **reproducción sexual** tenga lugar.)

El paso final es **reemplazo**, que consiste básicamente en reemplazar la nueva población creada después de **cruce** y **mutación** una vez que se seleccionan los individuos para su reproducción, para seguir creando nuevas generaciones hasta que una solución satisfactoria sea creada.

### 2.4. Métodos numéricos computacionales con aplicación a diseño de estructuras

Los métodos numéricos constituyen técnicas mediante las cuales es posible formular problemas matemáticos con resolución mediante operaciones aritméticas. Con el desarrollo de las computadoras digitales eficientes y rápidas, el papel de los métodos numéricos en ingeniería aumentó considerablemente.

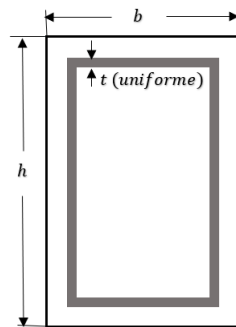
Antes de las computadoras se gastaba bastante energía en la técnica misma de solución, en lugar de usarla en la definición del problema. Esto debido al trabajo monótono que se requería para obtener resultados numéricos aceptables. Ahora, al usar la potencia de una computadora se obtienen soluciones directamente, sin tener que recurrir a simplificaciones o soluciones analíticas que pueden resultar complejas. Gracias a esto, es posible dar más importancia ahora a la interpretación de la solución y su incorporación al sistema total del problema.

De manera general, cada vez que se quiere hacer una mejora en un análisis y/o diseño estructural en cuanto a rapidez y aproximaciones de soluciones deseadas se crea un nuevo método numérico computacional. Ya que

con solo hecho de implementar la potencia de una computadora para encontrar una solución de un problema se requiere de un ajuste de datos, desarrollo de modelos matemáticos, encontrar coeficientes o iterar operaciones aritméticas, y eso, en sí, lo vuelve un método numérico computacional.

#### 2.4.1. El perfil idealizado de acero

Existe un método computacional para el diseño de acero de refuerzo en estructuras de concreto propuesto y desarrollado apenas en la década pasada [10] Ver apéndice [4] el cual consiste en idealizar el acero de refuerzo de un elemento estructural de concreto como si fuera un perfil de acero, es decir *continuo*, y de esa forma hacer un análisis o diseño de acero de refuerzo dependiendo únicamente de una variable  $t$  que representa el espesor de dicho perfil ficticio de acero. **Fig. 1**



**Figura 1.** Sección rectangular idealizada de concreto reforzado.

En el presente trabajo se usa este método computacional para determinar un área aproximada requerida de acero de refuerzo que se tomará como mínima para generar los arreglos de varillas a optimiar.

#### 2.5. Clasificación de columnas de concreto

Las columnas de concreto reforzado pueden clasificarse como columnas cortas, intermedias y columnas largas.<sup>1</sup> Es necesario tener esto en cuenta para entender cómo funciona el programa, ya que el análisis de las columnas preceden del mismo mecanismo de falla de estos tipos de columnas.

**Columnas cortas:** La carga que pueden soportar está regida por las dimensiones de su sección transversal y por la resistencia de los materiales de que está construida.

**Columnas intermedias:** La falla es por una combinación de aplastamiento y pandeo.

**Columnas largas:** La capacidad de carga axial en estas columnas se ve reducida a causa de los momentos secundarios resultantes debidos a la deformación por flexión de la columna.

El presente trabajo trata únicamente con columnas cortas.

#### 2.6. Normativa

Para desarrollar este proyecto se hizo referencia a las **Normas Técnicas complementarias para el diseño y construcción de estructuras de concreto del Reglamento de Construcciones de la Ciudad de México**

<sup>1</sup>Jack C. McCormac, Rusell H. Brown, “Diseño de concreto reforzado”, 14va edición, Alfaomega(2015), p.257.

(NTC-2017), que aunque se basan en las hipótesis anteriores no presentan tal cual los mismos criterios de diseño, y que son cuestionados mucho por la sociedad ingenieril. Veamos que proponen estas normas.

### 2.6.1. Carga axial

En las NTC-2017 se considera necesario hacer una modificación en el valor de  $f'_c$  mediante Factores de carga  $F_c$  y Factores de Resistencia  $F_R^2$ . En el apartado de concreto se especifica que para el cálculo de resistencias se utilice una resistencia reducida a la compresión del concreto denominada  $f''_c$ . Cuyo valor es:

$$f''_c = 0.85(f'_c) \quad (2)$$

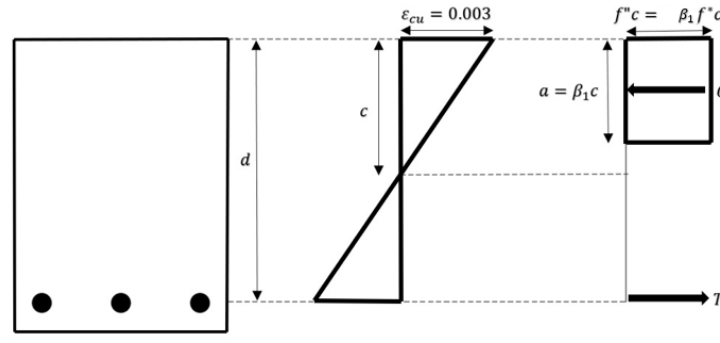
De modo que la resistencia a compresión es:

$$P_{oc} = F_R((f''_c)(A_c - A_s) + f_y(A_s)) \quad (3)$$

Y la resistencia a tensión:

$$P_{ot} = F_R(f_y)(A_s) \quad (4)$$

Para una mejor interpretación de los factores mencionados se puede hacer referencia a la **Fig. 2**, que es el bloque de transformación equivalente de esfuerzos de las hipótesis de las NTC-2017.



**Figura 2.** Hipótesis de las NTC-2017 sobre la distribución de deformaciones y esfuerzos en la zona de compresión. Adaptada de: [6]

---

Donde:

---

$$C = ab(f''_c)$$

$$0.65 \leq (\beta_1 = 1.05 - \frac{f'_c}{1400}) \leq 0.85$$


---

<sup>2</sup>El factor de reducción  $F_R$ , que para el caso de columnas con carga axial es de 0.8 [6]

### 2.6.2. Compresión y flexión en dos direcciones

3

Se usará la expresión siguiente (que es derivada de la fórmula de **Bresler**) para el cálculo de la carga máxima actuante en la sección a cierta excentricidad.

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{P_{rx}} + \frac{1}{P_{ry}} - \frac{1}{P_{oc}}} \quad (5)$$

Para valores de  $\frac{P_R}{P_{oc}} < 0.1$ , se usará la expresión siguiente:

$$\frac{M_{ux}}{M_{rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{ry}} \leq 1.0 \quad (6)$$

---

Donde:

---

$M_{ux}$  y  $M_{uy}$  son los momentos actuantes alrededor de los ejes X, Y, respectivamente.

$M_{rx}$  y  $M_{ry}$  son los momentos resistentes de diseño alrededor de los mismos ejes.

---

## 2.7. Antecedentes de construcción con acero

Tan solo desde el punto de vista ambiental, en la construcción la tecnología del concreto armado se antepone a filosofías de sustentabilidad; la manipulación de aceros de construcción ASTM A615 (barras lisas y corrugadas) en forma desmedida desde la concepción de los diseños de refuerzos previos hasta su empleo en la construcción origina altos grados de desperdicios de acero, por efectos de cortes, doblados ineficientes, o simplemente por una falta de diseño óptimo de este en las estructuras, tal que cumpla con todas las restricciones de eficiencia estructural al mismo tiempo que se use el mínimo posible.

Desde el punto de vista económico en México, tan solo en 2018 [3] se importaron aproximadamente 10.1 millones de toneladas de productos terminados y solo se exportaron 3.8 millones de toneladas de los 20.2 millones producidas y 28.5 millones de toneladas consumidas. Por cada tonelada que se produjo, se emitió 1.11 toneladas de  $CO_2$  a la atmósfera. De todo ese acero consumido, aproximadamente entre el 61 % y el 65 % va destiando a la Industria de la Construcción [14].

Según la *Cámara Mexicana de la Industria de la Construcción* [17] las varillas de refuerzo muestran un mayor incremento en el costo por año que ningún otro insumo en la industria de la construcción.

## 2.8. Adaptación del algoritmo genético al problema de optimización

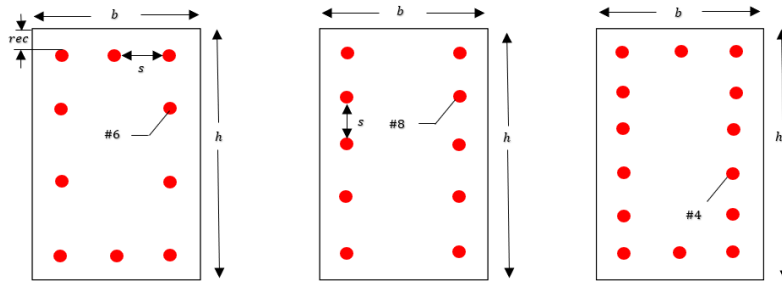
### 2.8.1. Descripción del problema

El seleccionar un arreglo de varillas de refuerzo en un elemento de concreto tal que resulte el óptimo de diseño en costo o en eficiencia puede resultar un poco complejo. Por ello las [6] simplifican mucho este proceso con medidas estandarizadas de diseño tal que solo haya un tipo de varilla en una columna distribuida uniformemente sobre la sección **Fig. 3**. Esta estandarización está lejos de ser la óptima (sin importar el grado de

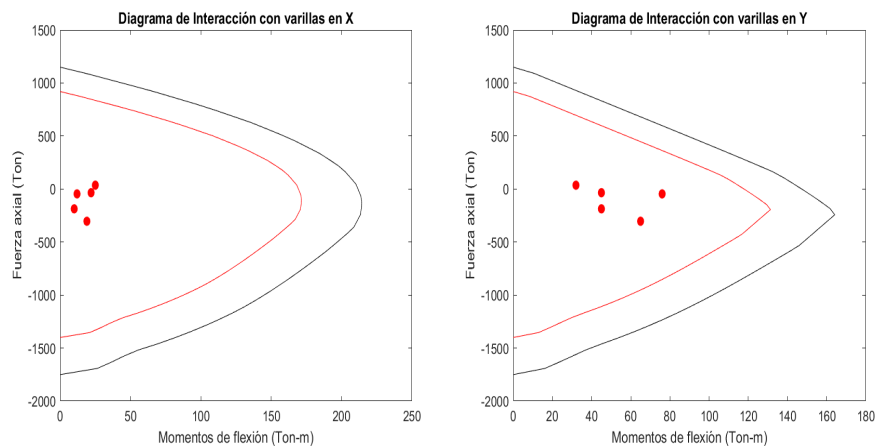
---

<sup>3</sup>González Cuevas, Fco. Robles Fernández, "Aspectos básicos del Concreto Reforzado", 4ª edición, Limusa (2005). Capítulo 6, p. 148.

aproximación de optimización que se establezca en eficiencia), ya que tomando en cuenta que para columnas rectangulares en las cuales se analiza su resistencia biaxial, este diseño estandarizado en la mayoría de los casos al enfocarse en el eje crítico de carga se desprecia el otro sentido, quedando en la mayoría de las veces sobrado en eficiencia, debido a esa distribución uniforme de un solo tipo de varilla. **Fig. 4**



**Figura 3.** Distintas configuraciones de diseño de varillado para una columna rectangular. Cada configuración tiene un tipo diferente de varilla.



**Figura 4.** Diagramas de interacción para el eje X y Y de una columna rectangular. Los puntos rojos representan las condiciones de carga.

De modo que tomando en cuenta los impactos ambientales de la construcción en acero mencionados en capítulos anteriores, así como la participación de la varilla corrugada en la industria de la construcción y en la economía de un país, nos lleva a cuestionar precisamente estos estándares de diseño normados, ya que sin duda, como se acaba de mostrar, se podría reducir considerablemente la cantidad de acero aún así cumpliendo con las condiciones de servicio de las estructuras.

Esto no necesariamente implica que por el simple hecho de que se use menos acero en una columna pueda resultar más económica su colocación en obra. Ya que cuanto mayor sea la complejidad del diseño de varillado mayor será el tiempo de construcción. A continuación se muestra un análisis de sensibilidad en donde se compara los incrementos de costo de construcción de columnas de concreto reforzado contra complejidad de varillado.

## 2.8.2. Análisis de sensibilidad-costos acero/complejidad

Tras haber llevado a cabo una recopilación de datos de rendimientos de mano de obra para construcción de columnas de concreto reforzado se construyeron las tarjetas de precios unitarios que mostramos a continuación. La primera representa un PU típico con rendimiento promedio  $\frac{kg}{Jor}$  para el armado y habilitado del refuerzo **Tabla 1**, la segunda y tercera tarjeta **Tabla 3**, **Tabla 4** en adelante muestran los PU para números diferentes de tipos de varillas en una sola columna considerando que conforme el número de tipos diferentes de varillas aumenta, el rendimiento de mano de obra de armado es menor, es decir, toma más tiempo. Los costos de mano de obra que se muestran son basados de un FASAR actualizado para 2020, los costos de las varillas por kilogramo son de una acerera local, mientras que los costos de maquinaria y equipo son los comunes para una empresa mediana de construcción en obra pública. Posteriormente se tabulan los PU totales para cada uno y se grafican.

**Tabla 1.** Tarjeta PU-01

| Concepto                                                                    | Unidad | P.Unitario                   | Cantidad           | Importe |
|-----------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------|--------------------|---------|
| <b>Materiales:</b>                                                          |        |                              |                    |         |
| Alambre recocido Cal. 16, 1.59mm diam.)                                     | KG     | 20.80                        | 0.04               | 0.83    |
| Varilla G-6000 del No. 3, ( $\frac{3}{8}$ diam), $0.557 \frac{KG}{M}$       | KG     | 16.20                        | 0.105              | 1.70    |
| Varilla G-6000 del No. 3 AL 12, ( $\frac{1}{2}$ diam), $0.996 \frac{KG}{M}$ | KG     | 16.20                        | 1.07               | 17.33   |
| -                                                                           |        | <b>Subtotal Materiales</b>   |                    | 19.87   |
| <b>Mano de obra:</b>                                                        |        |                              |                    |         |
| 1 Oficial Fierro y 1 Ayudante                                               | Jor    | 1373.91                      | $\frac{1}{214.75}$ | 6.40    |
| -                                                                           |        | <b>Subtotal Mano de obra</b> |                    | 6.40    |
| <b>Herramienta y equipo:</b>                                                |        |                              |                    |         |
| Herramienta menor                                                           | %      | 6.40                         | 0.03               | 0.19    |
| -                                                                           |        | <b>Subtotal Equipo y Hmo</b> |                    | 0.19    |
| -                                                                           |        | <b>CD</b>                    |                    | 26.46   |
| -                                                                           |        | <b>CI</b>                    |                    | 2.65    |
| -                                                                           |        | <b>PU (CD + CI)</b>          |                    | 29.10   |

ACERO DE REFUERZO EN COLUMNAS RECTANGULARES DE CONCRETO CON 1 TIPO DE VARILLA LONGITUDINAL DEL NO. 3 AL NO. 12 Y ESTRIBOS CON VARILLA NO. 3, AMARRES CON ALAMBRE RECOCIDO CAL. 16,  $F_y=4200 \frac{KG}{CM^2}$ , INCLUYE: SUMINISTRO DE MATERIALES, ACARREOS, ELEVACIONES, CORTES, TRASLAPES, GANCHOS, ESCUADRAS, DOBLECES, SILLETAS, DESPERDICIOS, HABILITADOS, AMARRES, MANO DE OBRA, EQUIPO Y HERRAMIENTA. **Análisis: 1 KG**

El valor promedio de rendimiento se cálculo con los siguientes datos de rendimientos de 1 cuadrilla (1 Fierro y 1 ayudante) tomados para cada tipo de varillado.

**Tabla 2.** Rendimientos típicos para el habilitado y armado de varillado de refuerzo

| Tipo | Rendimiento $\frac{kg}{Jor}$ |
|------|------------------------------|
| # 3  | 190                          |
| # 4  | 212                          |
| # 5  | 216                          |
| # 6  | 220                          |
| # 8  | 220                          |
| # 9  | 220                          |
| # 10 | 220                          |
| # 12 | 220                          |

**Tabla 3.** Tarjeta PU-02

| Concepto                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Unidad | P.Unitario                   | Cantidad           | Importe |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------|--------------------|---------|
| <b>Materiales:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |        |                              |                    |         |
| Alambre recocido Cal. 16, 1.59mm diam.)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | KG     | 20.80                        | 0.04               | 0.83    |
| Varilla G-6000 del No. 3, ( $\frac{3}{8}$ diam), $0.557 \frac{KG}{M}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | KG     | 16.20                        | 0.105              | 1.70    |
| Varilla G-6000 del No. 3 AL 12, ( $\frac{1}{2}$ diam), $0.996 \frac{KG}{M}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | KG     | 16.20                        | 1.07               | 17.33   |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |        | <b>Subtotal Materiales</b>   |                    | 19.87   |
| <b>Mano de obra:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |        |                              |                    |         |
| 1 Oficial Fierro y 1 Ayudante                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Jor    | 1373.91                      | $\frac{1}{107.37}$ | 12.80   |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |        | <b>Subtotal Mano de obra</b> |                    | 12.80   |
| <b>Herramienta y equipo:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |        |                              |                    |         |
| Herramienta menor                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | %      | 12.80                        | 0.03               | 0.38    |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |        | <b>Subtotal Equipo y Hmo</b> |                    | 0.38    |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |        | <b>CD</b>                    |                    | 33.05   |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |        | <b>CI</b>                    |                    | 3.30    |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |        | <b>PU (CD + CI)</b>          |                    | 36.35   |
| ACERO DE REFUERZO EN COLUMNAS RECTANGULARES DE CONCRETO CON 2 A 3 TIPOS DIFERENTES DE VARILLA LONGITUDINAL DEL NO. 3 AL NO. 12 Y ESTRIBOS CON VARILLA NO. 3, AMARRES CON ALAMBRE RECOCIDO CAL. 16, $F_y=4200 \frac{KG}{CM^2}$ , INCLUYE: SUMINISTRO DE MATERIALES, ACARREOS, ELEVACIONES, CORTES, TRASLAPES, GANCHOS, ESCUADRAS, DOBLECES, SILLETAS, DESPERDICIOS, HABILITADOS, AMARRES, MANO DE OBRA, EQUIPO Y HERRAMIENTA. <b>Análisis: 1 KG</b> |        |                              |                    |         |

**Tabla 4.** Tarjeta PU-03

| Concepto                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Unidad | P.Unitario                   | Cantidad       | Importe |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------|----------------|---------|
| <b>Materiales:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |        |                              |                |         |
| Alambre recocido Cal. 16, 1.59mm diam.)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | KG     | 20.80                        | 0.04           | 0.83    |
| Varilla G-6000 del No. 3, ( $\frac{3}{8}$ diam), $0.557 \frac{KG}{M}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | KG     | 16.20                        | 0.105          | 1.70    |
| Varilla G-6000 del No. 3 AL 12, ( $\frac{1}{2}$ diam), $0.996 \frac{KG}{M}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | KG     | 16.20                        | 1.07           | 17.33   |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |        | <b>Subtotal Materiales</b>   |                | 19.87   |
| <b>Mano de obra:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |        |                              |                |         |
| 1 Oficial Fierro y 1 Ayudante                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Jor    | 1373.91                      | $\frac{1}{52}$ | 26.42   |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |        | <b>Subtotal Mano de obra</b> |                | 26.42   |
| <b>Herramienta y equipo:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |        |                              |                |         |
| Herramienta menor                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | %      | 26.46                        | 0.03           | 0.79    |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |        | <b>Subtotal Equipo y Hmo</b> |                | 0.79    |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |        | <b>CD</b>                    |                | 47.08   |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |        | <b>CI</b>                    |                | 4.71    |
| -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |        | <b>PU (CD + CI)</b>          |                | 51.79   |
| ACERO DE REFUERZO EN COLUMNAS RECTANGULARES DE CONCRETO DE 4 A 7 TIPOS DIFERENTES DE VARILLA LONGITUDINAL DEL NO. 3 AL NO. 12 Y ESTRIBOS CON VARILLA NO. 3, AMARRES CON ALAMBRE RECOCIDO CAL. 16, $F_y=4200 \frac{KG}{CM^2}$ , INCLUYE: SUMINISTRO DE MATERIALES, ACARREOS, ELEVACIONES, CORTES, TRASLAPES, GANCHOS, ESCUADRAS, DOBLECES, SILLETAS, DESPERDICIOS, HABILITADOS, AMARRES, MANO DE OBRA, EQUIPO Y HERRAMIENTA. <b>Análisis: 1 KG</b> |        |                              |                |         |

Al comparar los PU por kg de acero resultantes de la **Tabla 5** para distintos tipos de varillas en una columna se puede ver como aumentan considerablemente conforme aumenta la complejidad del arreglo. Se puede

**Tabla 5.** Resumen de PU para las variaciones en el número de tipos de varilla en una columna

| Número de diferentes tipos de varilla | PU $\frac{\$}{kg}$ |
|---------------------------------------|--------------------|
| 1                                     | 29.10              |
| 2-3                                   | 36.35              |
| 4-7                                   | 51.79              |

suponer que para los costos se dispararían en la construcción de columnas de concreto con arreglos complejos de acero. Sin embargo, vale la pena ver esta sensibilidad.

### 2.8.3. *Justificación del uso de un algoritmo evolutivo*

Determinar un arreglo óptimo de juego de varillas de refuerzo tal que resulte el más económico posible o eficiente para un establecido  $f'c$  no es una tarea sencilla, ya que se tendrían que generar una innumerable cantidad de posibles configuraciones de varillas en la sección transversal del elemento, ya que no solo se podrían tomar todos los tipos de varillas disponibles para columnas (del tipo # 3 en adelante) sino que también habría un sin fin de posibles posiciones en la columna para cada varilla, respetando, por supuesto, ciertas condiciones inalienables preestablecidas (el recubrimiento, la cantidad mínima de varillas, números pares, separación mínima entre varillas). Es aquí dónde un algoritmo evolutivo es la mejor opción para determinar este arreglo óptimo de acero de refuerzo, ya que sin necesidad de probar todas las posibles e innumerables combinaciones de varillado, se puede llegar al óptimo de forma más rápida. **Ver sección 2.3.1**

Afortunadamente ya se dispone de mucha investigación para el diseño computacional de elementos de concreto, e incluso en particular para columnas, con trabajos como [10] en el que se propone un método computacional para ejecutar esta tarea de diseño de un arreglo de refuerzo en el que se minimicen los costos del mismo para un determinado  $f'c$  y sección transversal para el elemento, aunque no teniendo en cuenta ningún método realmente de optimización, y cuya descripción se presenta en capítulos anteriores **Ver Sección 4.**

En dicho trabajo se determina el área de acero requerida para una columna tal que se cumpla un cierto rango de eficiencia mecánica estructural, haciendo variar el espesor  $t$  del *perfil idealizado de acero*, a partir de esa área establecida se generan múltiples opciones de varillado siguiendo las [6]. Lo que se hace como último paso es mediante una técnica de búsqueda exhaustiva encontrar la opción cuyo costo resulte el más económico.

Pues bien se podría seguir el método del perfil idealizado de acero para nuestro problema únicamente hasta la determinación del área de acero requerida, haciendo simplemente algunos ajustes para luego adaptar el Algoritmo Genético.

### 2.8.4. *Restricciones y condiciones generales*

Se establecerán primero las restricciones del problema, aquellas que para la ejecución práctica de construcción resulten convenientes.

1. La distribución de las varillas seguirá siendo uniforme en la sección, acorde a espaciamiento entre cada varilla, más no en tipo, en otras palabras, el número de varillas por columna seguirá siendo par
2. La eficiencia estructural de cada arreglo que se genere de manera aleatoria deberá estar dentro del rango de eficiencia requerido preestablecido

3. El área de acero total de todas las varillas de un arreglo generado deberá ser siempre mayor o igual al área de acero del *perfil idealizado de refuerzo*
4. Para columnas rectangulares se ubicarán siempre 4 varillas en las esquinas de la sección del elemento de concreto

**Nota:** El cálculo de la eficiencia estructural de cualquier arreglo de varillas generado se hará con las fórmulas que establecen las [6].

### 2.8.5. Generación de poblaciones

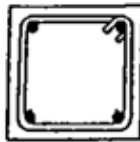
Si el arreglo generado (que se considera en el algoritmo como un individuo) cumple con las restricciones anteriores, se puede suponer que es **apto** para su **reproducción**. Estableceremos como datos de entrada un cierto número de individuos para cada población en cada generación que se genere. Por lo tanto también se establecerá de entrada el número de generaciones.

### 2.8.6. Decodificación de cromosomas

Se llevará a cabo una decodificación binaria para los cromosomas de los individuos **Sección 2.3.1** tal que se aplique para las 3 variables en juego ( $ndtv$ ,  $tv$ ,  $vhor$ ), para luego generar los arreglos, cumpliendo con todas las restricciones, y evaluar la función objetivo.

Para una correcta asignación de valor a cada variable se establecerán también ciertos criterios, conocidos como **espacios de búsqueda** tales como:

1. A la variable  $ndtv$  solo se le podrán asignar valores entre (1 a 8)
2. A la variable  $tv$  en forma de vector de tamaño  $ndtv$  se le podrá asignar solo una combinación de las  $C(8, ndtv) = \frac{8!}{ndtv!(8-ndtv)!}$  siguiendo la fórmula de *coeficiente binomial* para todas las posibles combinaciones de tipos de varillas que se podrían generar en cada arreglo **Tabla 6**
3. A la variable  $vhor$  solo se le podrán asignar valores entre (2 a  $\frac{1}{2}nv$ ), ya que esta variable corresponde al número de varillas que irán en la parte superior e inferior, tomándose en cuenta de manera separada. De modo que al ubicar siempre 4 varillas en las esquinas de la columna, se entiende que por mínimo irán dos en la parte inferior y 2 en la parte superior **Fig. 5**



**Figura 5.** Sección básica rectangular de concreto reforzado

Entonces, para la variable  $ndtv$  se tiene:

$$x_1 = \sum_{j=1}^{\frac{m}{3}} (2^{-j} g_{j+(1-1)(\frac{m}{3})}) \quad (7)$$

que luego al escalar al rango requerido o espacio de búsqueda  $[1, 8]$  se transforma:

$$ndvt = 1 + \frac{(8 - 1)}{1 - 2^{-\frac{m}{2}}} x_1 \quad (8)$$

Donde:

- $m$  es el número de genes de cada cromosoma
- $g$  representa los genes del cromosoma de cada individuo (varilla en nuestro caso)

Y para la variable  $tv$  se tiene:

$$x_2 = \sum_{j=1}^{\frac{m}{3}} (2^{-j} g_{j+(2-1)(\frac{m}{3})}) \quad (9)$$

A diferencia de la variable anterior, esta variable tendrá rangos de búsqueda diferentes para cada individuo a generar, en función del valor de la variable anterior  $ndtv$  tal que  $[1, \frac{8!}{ndtv!(8-ndtv)!}]$  habiéndose formado previamente todas estas posibles combinaciones numeradas

$$tv = 1 + \frac{(C(8, ndtv) - 1)}{1 - 2^{-\frac{m}{2}}} x_1 \quad (10)$$

Donde:

$$C(8, ndtv) = \frac{8!}{ndtv!(8-ndtv)!}$$

Por último para la variable  $vhor$ :

$$x_3 = \sum_{j=1}^{\frac{m}{3}} (2^{-j} g_{j+(3-1)(\frac{m}{3})}) \quad (11)$$

Que al escalarlo al rango de búsqueda  $[2, \frac{1}{2}nv]$  queda:

$$vhor = 2 + \frac{(\frac{1}{2}nv - 2)}{1 - 2^{-\frac{m}{3}}} x_3 \quad (12)$$

Donde:

$nv$  = es el número total de varillas determinadas previamente

### 2.8.7. Función objetivo

Cuando se genere un arreglo de varillas se usarán los PU de la **Tabla 5**, comparando el número de diferentes tipos de varilla en cada arreglo con el PU correspondiente que marca la misma tabla. Expresando en forma matemática las funciones objetivo para cada caso de la tabla, se tiene que en general se tendrán 2 variables diferentes (número de distintos tipos de varilla  $ndtv$  y tipos de varilla a usar  $tv$ ) mientras que el peso unitario de cada varilla a usar al ser una propiedad de la variable misma  $tv$  no se considera como variable tal cual, así mismo para el número de cada tipo de varillas que tengan. El PU permanecerá constante para cada caso de que se trate **Tabla 5**. Por lo tanto, acorde a la Tabla se tendrán 3 casos:

#### Un solo tipo de varilla

$$Costo_1 = \sum_{j=1}^{nvar} (\gamma_{var}(PU_1)) \quad (13)$$

#### 2-3 tipos de varilla

$$Costo_{23} = \left( \sum_{j=1}^{nvar_1} (\gamma_{var_1}) + \dots + \sum_{k=1}^{nvar_{tipo}} (\gamma_{var_{tipo}}) \right) (PU_2) \quad (14)$$

#### 4-7 tipos de varilla

$$Costo_{47} = \left( \sum_{j=1}^{nvar_1} (\gamma_{var_1}) + \dots + \sum_{k=1}^{nvar_{tipo}} (\gamma_{var_{tipo}}) \right) (PU_3) \quad (15)$$

**Nota:** Se considera longitud unitaria por metro de varilla.

### 2.8.8. Resumen de proceso del programa de optimización

#### 1. Generación de individuos

Los individuos que corresponden a los arreglos de varillas (vectores de tamaño  $nv$ ), donde  $nv$  es el número de varillas, se generaran tomando como área mínima requerida de acero al valor resultante después de aplicar el método del Perfil Idealizado de Acero  $A_t$ . El número de varillas es un número par.

Durante la generación de los individuos, están envueltas las variables  $ndtv$  y  $tv$  decodificadas de los cromosomas generados por decodificación binaria

#### 2. Evaluación de los individuos

Una vez que se ha formado el individuo (o grupo de varillas), lo que procede es distribuir las varillas sobre la sección transversal de la columna. Aquí esta envuelta la variable  $vhor$  que depende un tanto del valor de las variables anteriormente decodificadas. Una vez que se distribuyen las varillas, se evalúa la eficiencia estructural.

Si se cumple la restricción  $Ef < 1.0$  se acepta el individuo como apto para entrar a la población. Si no se cumple la restricción se penaliza al individuo y se genera otro hasta cumplirse la condición.

Una vez que se ha generado el individuo se evalúa la función objetivo de costo para asignarle al individuo un valor de adaptación

### 3. Generación de las próximas generaciones

Este proceso se lleva a cabo mediante **selección de individuos** por el método de torneo, **cruzamiento** mediante el método de *probabilidad de cruce* (tomando en cuenta el valor de **probabilidad de mutación**), y por último **reemplazamiento** de los N cromosomas de la pasada generación con los N cromosomas nuevos (se toma en cuenta el proceso de **elistismo** para asegurar que los mejores cromosomas generados anteriormente no se destruyan en las próximas generaciones

## 2.9. Diseño del experimento

El proceso anterior se pretende realizar para 1 modelo estructural, manteniendo su geometría constante, para un determinado  $f'c$ , comparando los resultados que arroja una transformación minimizada de diseño simple a partir de los resultados del *método del perfil idealizado de acero* con los resultados de la optimización, enfocándose tanto en eficiencia estructural como en costos de construcción que resultan, así como la topología misma de las varillas de acero en el elemento estructural.

### 2.10. Modelos de experimentación

Se presenta la siguiente geometría del modelo estructural:

base (b)=50 cm, Altura (h)=80 cm

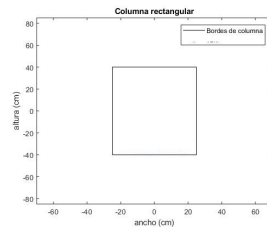


Figura 6. Sección transversal de modelo estructural 1

$$f'c_3 = 350 \frac{kg}{cm^2}$$

## 3. Resultados y discusión

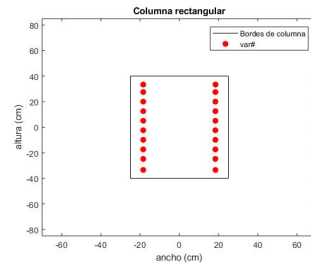
### 3.1. Comparación entre la aplicación del método del perfil idealizado de acero y el AG

Se muestran a continuación resultados de la aplicación del método simple de optimización con *el perfil idealizado de acero* Apéndice [4] y el AG aquí desarrollado. Se muestran los arreglos de varillas generados distribuidos en la sección del elementos, así como su costo final y eficiencia estructural, además de los diagramas de interacción generados.

#### 3.1.1. Resultados con una optimización simple a partir del método del perfil idealizado de acero

El término acuñado aquí de “Optimización simple” se refiere a una optimización tomando en cuenta las restricciones por norma de un solo tipo de varilla por elemento. De esa forma se tienen los siguientes resultados.

$$f'c = 350 \frac{kg}{cm^2} \quad 20var\#10$$

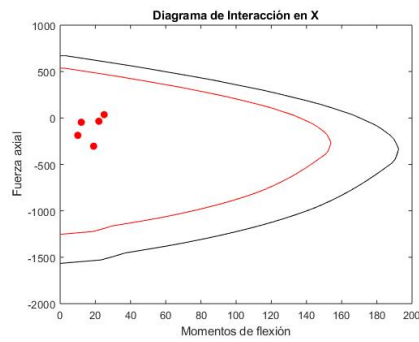


**Figura 7.** Sección transversal resultante de modelo estructural 1 con varillas de acero generadas -  $f'_c = 350 \frac{kg}{cm^2}$

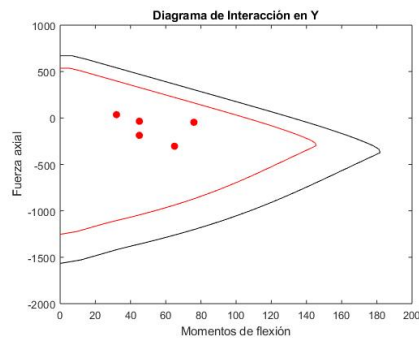
2 en parte superior en inferior y 8 en cada costado

$Costo = 3601.8$

$EficienciaCritica = 0.845$



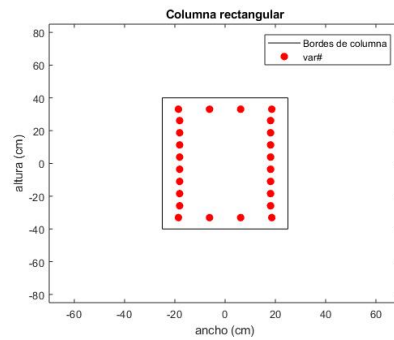
**Figura 8.** Diagrama de interacción resultante en el sentido X



**Figura 9.** Diagrama de interacción resultante en el sentido Y

### 3.1.2. Resultados con el método de optimización con GA

$$f'_c = 350 \frac{kg}{cm^2}$$



**Figura 10.** Sección transversal de modelo estructural 1 con varillas de acero generadas con el AG - $f'_c=350 \frac{kg}{cm^2}$

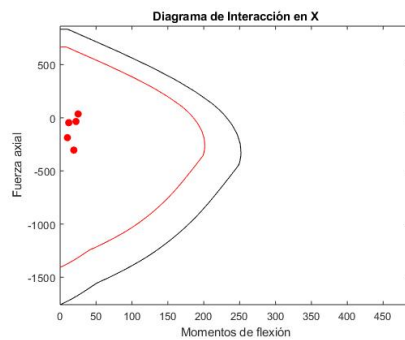
$$24var\#9$$

$$totalVarillas = 24$$

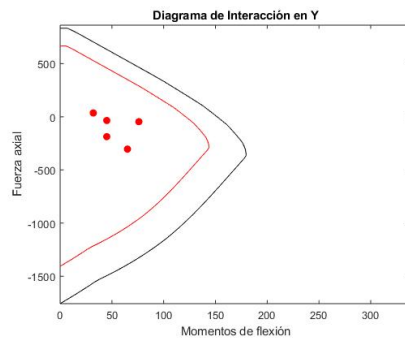
$$Costo = 3515.04$$

4 en parte superior en inferior y 8 en cada costado

$$EficienciaCritica = 0.9175$$



**Figura 11.** Diagrama de interacción resultante en el sentido X

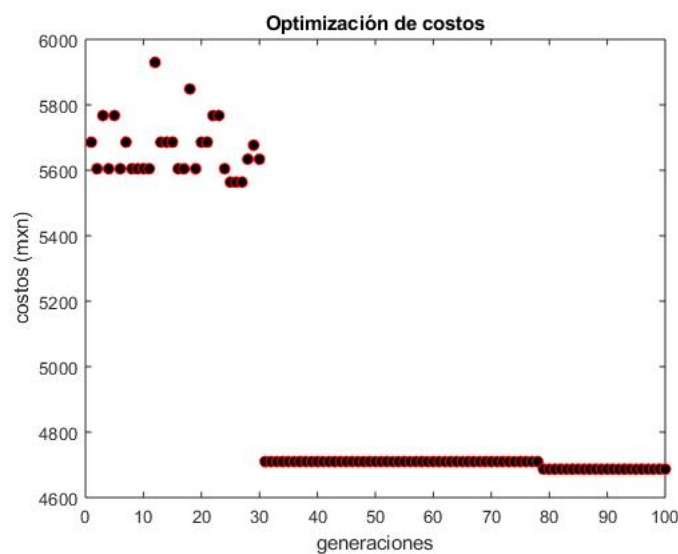


**Figura 12.** Diagrama de interacción resultante en el sentido Y

### 3.1.3. Eficiencia de optimización

Se realizaron varios experimentos con 1 solo modelo estructural de experimentación variando únicamente los parámetros del algoritmo genético: *no. generaciones*, *probabilidad de mutación*, *probabilidad de cruce*, *número de individuos por población*. Al final se eligieron los siguientes valores para estos parámetros por la obtención de mejores resultados en la evolución del valor *fitness-costo*, y fue con estos valores de parámetros que luego se aplicó la optimización para el modelo estructural. Los resultados se muestran a continuación:

*No. generaciones:* 100  
*Prob. mutación:* 0.01  
*Prob. cruce:* 0.6  
*Parámetro de selección:* 0.6



**Figura 13.** Evolución de la optimización en cada generación de individuos *generaciones – costos(mx)* para el modelo de  $f'c = 350 \frac{kg}{cm^2}$

En algunos casos los resultados tienen costos mayores a los que se obtienen de una *transformación simple de acero* con varillas de un solo tipo, lo que muestra que el programa en algún punto se “estanca” en un valor considerado como óptimo, esto puede ser debido a la convergencia de las variables a través de su codependencia de una con otra, por lo que sería bueno implementar un algoritmo extra en el acomodo de las varillas sobre la sección (eficiencia) que pudiera separar un poco esta dependencia, creando un modelo de optimización multi-objetivo que pueda llevar el acomodo de las varillas a su punto crítico de rango de eficiencia requerida.

Se puede observar que al aplicar el algoritmo de optimización los arreglos de varillas resultantes tienden a una homogenización de las varillas (usualmente de 1 a 2 tipos diferentes de varillas), rozando el borde del límite de eficiencia estructural de 0.95 tratando de minimizar también el área de acero indirectamente, aunque no su acomodo como tal (que podría llevar a mejores resultados en costo a su vez), debido a que no se ha implementado un algoritmo de optimización particularmente para la eficiencia, lo cual sería recomendable hacer, como ya se mencionó, y que además se puede ver reflejado en los diagramas de interacción con ambos métodos (que son muy similares) particularmente los que son respecto al eje X, que siguen estando sobrados en resistencia con respecto a los Momentos flexionantes actuantes sobre ese eje.

Tomar en cuenta que este modelo experimental es para un solo elemento de 1 metro de longitud. Ahora que si se aplicara la optimización a toda una edificación real con elementos mucho más robustos, se puede estimar que la diferencia en acero utilizado y costos de construcción con los métodos convencionales y los aquí propuestos sería muy apreciable.

Vale recalcar que el tiempo de ejecución del método de optimización fue en gran medida mayor al del *Método simple de transformación de acero*, lo que implicaría el requerimiento de mejor tecnología de cómputo para su aplicación, y sin duda un mejoramiento del mismo método de optimización para mejorar los tiempos.

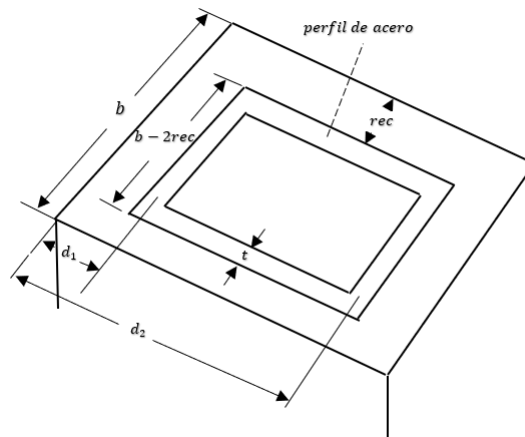
## 4. Conclusiones

Para fines del presente proyecto queda demostrado que se puede optimizar el acero de refuerzo en elementos de concreto con algoritmos estocásticos pudiéndose ahorrar cantidades considerables de acero y costos de construcción haciendo a un lado los métodos convencionales de normativa que se establecen en la práctica común. Sin duda que aún queda mucho por desarrollar en el programa mismo, tanto en la adaptación de los algoritmos evolutivos de optimización como en la funcionalidad del programa en general.

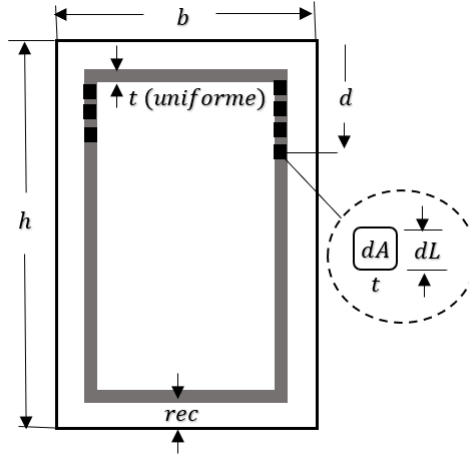
## Apéndice

### *El método del perfil idealizado de acero*

Para las columnas de concreto de sección rectangular desarrolló el siguiente modelo numérico: Tomando como referencia **Fig. 15**, **Fig. 14**.



**Figura 14.** Sección rectangular idealizada de concreto reforzado.



**Figura 15.** Modelo geométrico para la metodología numérica de análisis: *Dibujo propio.*

---

Donde:

---

$$dA_{ac} = dL(t)$$

$$L = h - 2rec$$

$$dL = \frac{L}{nElementos}$$

$$nElementos = \text{Número de elementos}$$


---

### **Cálculo de la resistencia del acero**

---

#### **Metodología**

---

Para la determinación de la resistencia de carga axial y flexión se sigue la siguiente metodología:

- Determinar la distancia de cada segmento de perfil con respecto a la fibra superior más alejada de la sección transversal del elemento de concreto  $d$ .

Para las partes superior e inferior del perfil se tiene:

$$F_a = \varepsilon_a E_{ac} t (b - 2rec) \quad (16)$$

$$F_b = \varepsilon_b E_{ac} t (b - 2rec) \quad (17)$$

$$M_{a,b} = F_a \left( d_1 - \frac{1}{2}h \right) + F_b \left( d_2 - \frac{1}{2}h \right) \quad (18)$$


---

Donde:

---

$$\begin{aligned}\varepsilon_a &= (1 - \frac{d_1}{c})(0.003) \\ \varepsilon_b &= (\frac{d_2}{c} - 1)(0.003) \\ d_1 &= rec + \frac{1}{2}(t) \\ d_2 &= h - rec - \frac{1}{2}(t)\end{aligned}$$

Mientras que para los costados del perfil se tiene:

$$F_R = 2 \sum_{i=1}^{nElementos} E_{ac}\varepsilon(dA_{ac}) \quad (19)$$

$$M_R = \sum_{i=1}^{nElementos} -2E_{ac}\varepsilon(dA_{ac})(\frac{1}{2}h - d) \quad (20)$$

Donde:

$$\begin{aligned}t &= \text{Espesor del perfil} \\ rec &= \text{recubrimiento} \\ h &= \text{peralte de la sección} \\ \varepsilon_a &= (1 - \frac{d}{c})(0.003) \\ E_{ac} &= \frac{fy}{\varepsilon_y} = \frac{4200 \frac{kg}{cm^2}}{0.0021} \\ E_{ac} &= 2e10 \frac{kg}{cm^2}\end{aligned}$$

- A partir de ahí se calcula  $\varepsilon$  en función de  $c$ , cuidando únicamente la siguiente restricción  $[-0.0021 < \varepsilon < 0.0021]$ .
- Y finalmente calcular la fuerza y momento resultantes resistentes:

$$F_R = F_a + F_b + 2 \sum_{i=1}^{nElementos} E_{ac}\varepsilon(dA_{ac}) \quad (21)$$

$$M_R = F_a(d_1 - \frac{1}{2}h) + F_b(d_2 - \frac{1}{2}h) + \sum_{i=1}^{nElementos} -2E_{ac}\varepsilon(dA_{ac})(\frac{1}{2}h - d) \quad (22)$$

### **Cálculo de la resistencia del concreto**

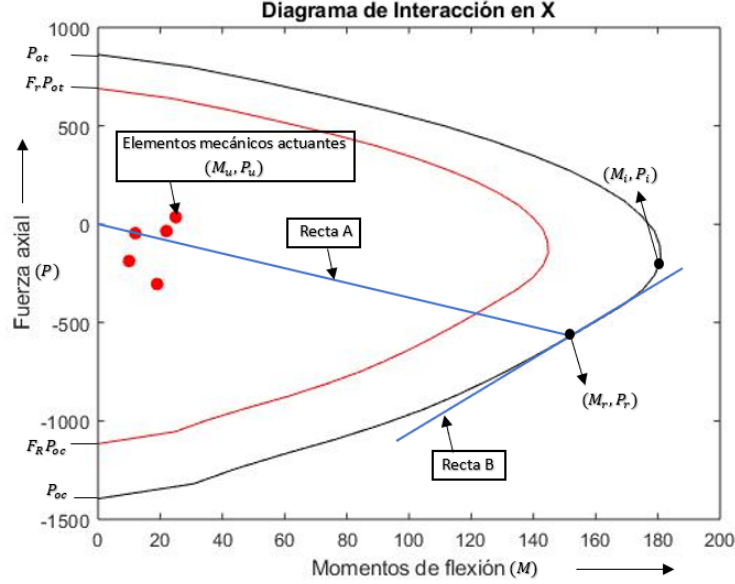
Para calcular la resistencia del concreto, se tiene simplemente:

$$F_R = -abf''c \quad (23)$$

$$M_R = -F_R(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}) \quad (24)$$

### Cálculo de los diagramas de interacción

Se determina  $P_{oc}$  y  $P_{ot}$  [6] con un valor inicial de  $t$  para las componentes en las ordenadas del diagrama de interacción, **Fig. 16** y con estas determinar el momento resistente en las abscisas mediante un método numérico de raíces iterando el valor del eje neutro  $c$ .



**Figura 16.** Diagrama de interacción en el plano cartesiano de referencia para el programa.

### Cálculo de la eficiencia mecánica estructural

Como se aprecia en la **Fig. 16** se puede aplicar geometría analítica para determinar la resistencia de la columna correspondiente a la excentricidad de una condición de carga, para ello se tiene:

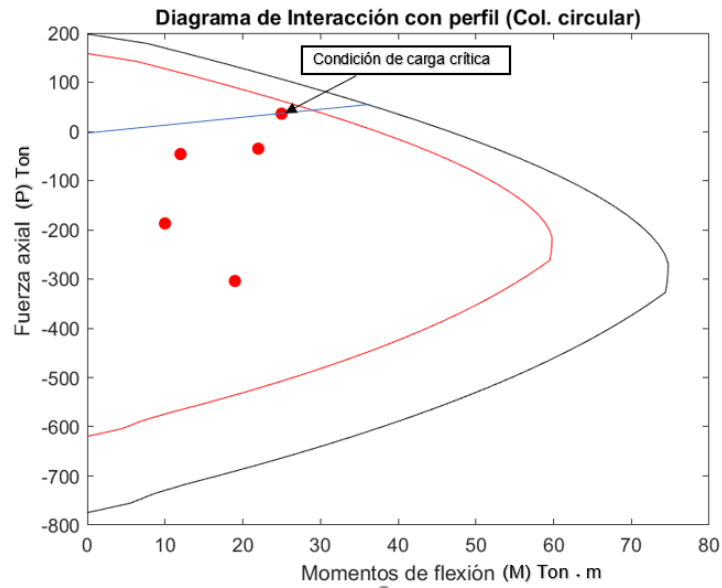
$$M_r = \frac{P_{i+1} + \left( \frac{P_i - P_{i+1}}{M_{i+1} - M_i} \right)}{\frac{P_u}{M_u} - \frac{P_{i+1} - P_i}{M_{i+1} - M_i}} \quad (25)$$

$$P_r = \frac{P_u}{M_u} M_r \quad (26)$$

*Nota: Para las columnas rectangulares se hará este proceso para cada eje de orientación de la columna.*

### Cálculo de área requerida de acero

Para encontrar ese espesor  $t$  del perfil idealizado de acero que satisfaga los requerimiento de eficiencia estructural, simplemente se itera el valor actualizando los diagramas de interacción en cada paso hasta cubrir la condición de carga crítica **Fig. 17**.



**Figura 17.** Condición de carga crítica de diseño.

### ***Cálculo de área requerida de acero***

El último paso consiste en transformar el área requerida de acero en área de varillas corrugadas distribuyéndolas en la sección transversal uniformemente conforme a las [6] admitiendo solo números pares de varillas. Para ello se genera un arreglo matricial de propuestas de número de varillas **Tabla 6**, desde un mínimo de 4 para columnas rectangulares o 6 para columnas circulares, respetando la separación mínima de  $S_{min} = \frac{3}{2}TMA$ .

**Tabla 6.** Tabla de tipos de varillas comerciales en México

| Tipo (octavo) | $diam(pulg)$ | $diam(cm)$ | área( $cm^2$ ) |
|---------------|--------------|------------|----------------|
| #3            | 0.375        | 0.9525     | 0.7126         |
| #4            | 0.5          | 1.27       | 1.2668         |
| #5            | 0.625        | 1.5875     | 1.9793         |
| #6            | 0.75         | 1.905      | 2.8502         |
| #8            | 1.0          | 2.54       | 5.067          |
| #9            | 1.125        | 2.8575     | 6.413          |
| #10           | 1.25         | 3.175      | 7.917          |
| #12           | 1.5          | 3.81       | 11.400         |

## Agradecimientos

Agradezco de antemano a la Universidad Autónoma de Querétaro por esta oportunidad, al igual que al coordinador de la Maestría en Ciencias de Estructuras de la FI-UAQ *Dr. Miguel Ángel Pérez Lara y Hernández* y al *Dr. Jaime Moises Horta Rangel* por su apoyo y consejos para este trabajo.

## Referencias

- [1] Adolfo Iván Jiménez P. y Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez, *Factores óptimos de cargas para el diseño de columnas esbeltas*, Tesis de Licenciatura, UNAM, México, 2013
- [2] A. Negrin, E. Chagoyén, Universidad Central “Marta Abreu” de las Villas, Villa Clara, Cuba, 2019
- [3] CANACERO, “México: panorama siderúrgico”, 2018
- [4] CMIC, “Tendencia de los precios de los insumos para la industria de la construcción”, 2019
- [5] Design of Truss-Structures for Minimum Weight using Genetic Algorithms, Michigan State University, 2000
- [6] Gaceta Oficial de la Ciudad de México, *Normas técnicas complementarias de la Ciudad de México*, 2017, Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto 2017
- [7] González Cuevas, Fco. Robles Hernández, *Aspectos básicos del concreto reforzado*, 4ta edición, Limusa 2005
- [8] Holland J H, *Adaptation in natural and artificial systems. An introductory analysis with applications to biology, control and artificial intelligence*, University of Michigan Press, Ann Arbor, Mich, 1975
- [9] Jack McCormac y Rusell H. Browns, *Diseño de concreto reforzado*, 14va edición, Alfaomega, 2015
- [10] Luis F. Verduzco Martínez , *Optimización de acero de refuerzo para el diseño de columnas de concreto*, Tesis de Licenciatura, Universidad de Guanajuato, México, 2019
- [11] M. Barraza, “Multi-objective optimization of structural steel buildings under earthquake loads using NSGA-II and PSO”, Universidad Autónoma de Sinaloa, México, 2017
- [12] M. Wahde, *Biologically inspired optimization methods, an introduction*, Witpress 2008, Chalmers University of Technology, Sweden, 2008
- [13] Samuel Sánchez Caballero, *Optimización estructural y topológica de estructuras morfológicamente no definidas mediante algoritmos genéticos*, Tesis doctoral. Universitat politècnica de Valencia, Valencia, España. 2012
- [14] Seale and Associates, “Reporte de la Industria del acero”, 2017
- [15] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, *Métodos numéricos para ingenieros*, Quinta edición, McGraw Hill
- [17] Yoeber Castro Atau, “Sistematización de detalles, habilitación y armado de acero ASTM A615 para construcciones de concreto armado: impacto técnico, económico y ambiental”, Universidad Nacional de San Cristobal de Huamanga, 2010