

doi: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2024.10.008

# 基于学习型模型预测控制的智能车辆 路径跟踪控制\*

秦洪懋<sup>1,2</sup>, 江曙<sup>1</sup>, 张田田<sup>1</sup>, 谢和平<sup>1,3</sup>, 边有钢<sup>1,2</sup>, 李洋<sup>1</sup>

(1. 湖南大学机械与运载工程学院, 整车先进设计制造技术全国重点实验室, 长沙 410082;  
2. 湖南大学无锡智能控制研究院, 无锡 214115; 3. 徐州徐工矿业机械有限公司, 徐州 210009)

[摘要] 路径跟踪控制是智能车辆的一项关键技术。然而, 现有车辆跟踪控制方法多依赖于较为精确的车辆控制模型, 而实际的车辆控制系统多存在建模误差、参数摄动以及外部扰动等, 显著影响路径跟踪控制精度。本文针对性地提出一种考虑车辆未建模动态的智能车辆学习型路径跟踪控制方法。首先建立车辆标称模型, 并采用线性预言模型对车辆未建模动态进行近似补偿, 以提高车辆模型的精度; 然后基于扩展卡尔曼滤波原理实现对未建模动态参数的学习更新; 之后构建考虑系统未建模动态的学习型模型预测控制器(LMPC); 最后通过 CarSim 和 Matlab/Simulink 设计多工况多组别联合仿真试验, 验证所提方法在提高路径跟踪精度方面的有效性。

关键词: 智能车辆; 路径跟踪控制; 未建模动态; 参数学习; 学习型模型预测控制

## Path Tracking Control of Intelligent Vehicle Based on Learning Model Predictive Control

Qin Hongmao<sup>1,2</sup>, Jiang Shu<sup>1</sup>, Zhang Tiantian<sup>1</sup>, Xie Heping<sup>1,3</sup>, Bian Yougang<sup>1,2</sup> & Li Yang<sup>1</sup>

1. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing Technology for Vehicle, Changsha 410082; 2. Wuxi Intelligent Control Research Institute of Hunan University, Wuxi 214115;  
3. Xuzhou XCMG Mining Machinery Co., Ltd., Xuzhou 210009

[Abstract] Path tracking control is a key technology for intelligent vehicles. However, the existing vehicle tracking control methods mostly rely on more accurate vehicle control models, while actual vehicle control systems mostly have modeling errors, parameter perturbations and external disturbances, which significantly affect path tracking control accuracy. In this paper, a learning path tracking control method for intelligent vehicles considering unmodeled dynamics of vehicles is proposed. Firstly, a nominal model of the vehicle is established and a linear prediction model is used to approximate the compensation for the unmodeled dynamics of the vehicle to improve the accuracy of the vehicle model. Then, learning and updating of the parameters of the unmodeled dynamics are realized based on the principle of Extended Kalman Filtering. Next, learning Model Predictive Controller (LMPC) considering the unmodeled dynamics of the system is established. Finally, the effectiveness of the proposed method in improving the path tracking accuracy is verified by designing a joint simulation test with Carsim and Matlab/Simulink for multiple operating conditions and multiple groups.

**Keywords: intelligent vehicle; path tracking control; unmodeled dynamics; parameter learning; learning model predictive control**

\* 国家重点研发计划项目(2023YFB2504500)、国家自然科学基金(52372411)和湖南省自然科学基金(2023JJ10008)资助。

原稿收到日期为 2024 年 05 月 11 日, 修改稿收到日期为 2024 年 06 月 12 日。

通信作者: 边有钢, 副教授, 博士, E-mail: byg10@foxmail.com。

## 前言

智能车辆作为集感知、决策与规划和运动控制于一体的智能体系统,因其操纵便捷性、驾驶安全性和节能性等优势存在巨大的商业价值,引起了包括政府、工业界和学术界在内的各界高度关注<sup>[1-2]</sup>。路径跟踪控制作为智能车辆运动控制模块的重要组成部分,可以通过控制车辆前轮转角,使车辆沿着参考轨迹行驶,并尽可能地不偏离理想路径<sup>[3]</sup>,是提高车辆路径跟踪精度的有效方法。

现有路径跟踪控制的研究多关注车辆的横向控制,根据控制策略的不同,可以将现有路径跟踪控制方法大致划分为3类<sup>[4-5]</sup>,分别为无模型反馈控制、基于几何原理的控制和基于模型的控制方法。

无模型反馈控制不需要考虑车辆系统特性,其将系统动力学视为黑匣子,转角控制量可以直接通过车辆的跟踪误差计算生成<sup>[6]</sup>。例如比例-积分-微分(PID)控制<sup>[7]</sup>、模糊控制<sup>[8]</sup>、无模型自适应控制<sup>[9]</sup>等。Farag等<sup>[10]</sup>提出了一种针对复杂轨迹跟踪工况的PID控制器,使用3种不同的设计方法来调优控制器参数,以实现3级及以上的控制器参数自动调节,但该方法难以应用于非线性特性强的系统,鲁棒性较差。Xiong等<sup>[11]</sup>提出了一种车辆方向控制器,其由2个模糊控制器构成,这种控制器可以保证车辆在高速工况下稳定行驶的同时能够减小在弯道行驶时的跟踪误差。Wang等<sup>[12]</sup>提出了一种基于极值搜索的无模型自适应控制,将极值搜索控制与无模型控制结合在一起,利用极值搜索控制实现控制增益的自适应调节,以最小化代价函数,进而逐步提高无模型控制的控制性能。无模型反馈控制鲁棒性较差,难以应用在非线性较强的系统。

基于几何原理的控制方法则是根据车辆与路径之间的几何关系,基于横向偏差或航向偏差来设计前轮转角控制率。常见方法有纯跟踪(pure pursuit, PP)控制<sup>[13-14]</sup>、FC(follow the carrot)<sup>[15]</sup>和Stanley算法<sup>[16]</sup>等。纯跟踪控制的本质是基于阿克曼转向原理直接将车辆实际位置与预瞄点之间的横向偏差转化为前轮转角控制量。该方法原理简单、计算量小并具有较强的鲁棒性,适用于路径曲率连续或不连续的低速场景。纯跟踪控制的跟踪效果与预瞄距离的选取紧密相关,若预瞄距离选取过短,则会出现抖震现象,当预瞄距离选取过长时,车辆过弯时容易出现拐小弯即弯道“内切”现象<sup>[17]</sup>。文献[18]中设计了一

种改进的纯跟踪控制方法,其中预瞄距离可以根据规则自适应的调整,有效地减小了跟踪误差并且没有明显的振荡现象。针对传统的纯跟踪方法以及其变种跟踪性能有限的问题,文献[19]中提出了一种根据车辆与路径关系而设计的启发式预瞄点选择方法,通过跟踪新的预瞄点,车辆可以稳定收敛到期望路径并避免“内切”现象发生。FC控制需要先参考路径上选择一个Carrot点作为跟踪点,再根据控制点与Carrot点的航向偏差,控制车辆转向到达该点,该方法只能实现航向偏差收敛到零<sup>[15]</sup>。Stanley算法的核心是根据前轴中心与最近路径跟踪点的横向误差以及车身方向与最近路径跟踪点切线方向的航向偏差来对前轮转角控制量进行计算,在中低速情况下通常能够取得令人满意的控制效果,然而当道路工况发生较大变化时,特别是在路径曲率不连续的工况下,路径跟踪效果要比纯跟踪法差。2005年,斯坦福大学的机器人借助Stanley算法赢得了DARPA挑战赛的冠军<sup>[20]</sup>。针对经典单点预瞄方法限制了控制器处理轨迹航向角突然变化的问题,文献[21]中通过模拟驾驶员的驾驶行为,基于一个能够预测未来状态的预测模型,设计了一种预测Stanley控制器,在横向误差和航向偏差性能方面与经典方法相比分别提高了53%和22%。上述基于几何原理的控制方法相对简单,低速工况跟踪时往往效果更好。但该类方法忽略了车辆运动学/动力学特性,通常仅适用于低速、曲率较小工况,而在高速、大曲率工况下的跟踪控制效果有限<sup>[22]</sup>。

基于模型的控制方法在实际中应用较广,依据所建立的动力学/运动学模型进行跟踪控制,所建模型的精度越高,相应设计出的控制器控制性能越好。在基于模型的控制方法中常用的为线性二次调节器(linear quadratic regulator, LQR)和模型预测控制(model predictive control, MPC)。LQR是一种基于最优控制的路径跟踪控制方法,通过建立一个线性反馈控制器实现对车辆横向运动的控制,通过求解系统黎卡提方程计算得到前轮转角控制量。但是,当侧偏角较大时,轮胎进入非线性区域,适用于线性系统的LQR控制器的控制性能将大打折扣。基于车辆运动学模型,Fan等<sup>[23]</sup>设计了一种LQR控制器,实现路径跟踪模块需要满足的精度高、收敛快、调优方便、乘坐舒适性好的性能指标。基于动力学模型,陈亮等<sup>[24]</sup>构建了一种“前馈+反馈”的LQR路径跟踪控制器,仿真验证该方法能够在降低跟踪误差的同时保证车辆横向稳定性。MPC是在路径跟踪控制领域

中的又一种控制效果好、应用场景广的方法。Liu等<sup>[25]</sup>为配备双模块化底盘的智能货车设计了一种自适应模型预测路径跟踪控制器,其中模型参数可以根据测量的输入输出数据进行动态调整,能够做出更为准确的预测和控制,具有良好的跟踪效果。Geng等<sup>[26]</sup>针对传感器异常或故障,改进了多传感器融合和故障隔离的权值分配方法,并提出了一种将横向跟踪控制与自适应模型预测控制相结合的鲁棒路径跟踪控制算法,与传统方法对比具有更好的鲁棒性和有效性。

综上所述,基于无模型的反馈控制由于不需要考虑车辆的系统特性,只须根据车辆的跟踪误差生成控制量,实现较为简单,但当系统存在非线性或动态变化时,控制性能会下降,鲁棒性较差。基于几何原理的控制方法原理简单,计算量较小,但忽略了车辆的运动学或动力学特性,导致其仅适用于低速、小曲率工况,应用范围有限。基于模型的控制方法应用较为广泛,控制效果也相对较好,但这种方法的控制性能严重依赖于所建车辆模型的精度,现有研究为了方便计算分析,多对车辆进行了简化建模。基于简化模型所设计的控制器虽然在某些特定工况下能够保障路径跟踪的精度并实现车辆的稳定行驶,但是难以处理系统未建模动态、参数摄动以及外部扰动等不确定性;而实际车辆控制系统多存在系统未建模动态、参数摄动以及外部扰动,将显著影响车辆的路径跟踪精度。

针对上述问题,为提升所建模型对车辆动态特性的表征能力,减少建模误差,本文在前期研究<sup>[27]</sup>的基础上,考虑路径跟踪控制系统未建模动态,提出基于学习型模型预测控制的智能车辆路径跟踪控制方法,旨在通过提高车辆模型的精度进而改善路径跟踪控制性能。主要贡献如下:

(1)提出了一种考虑系统未建模动态的智能车辆学习型路径跟踪控制方法。采用线性化预言模型对系统未建模动态进行表征,并与车辆标称模型整合得到更加接近真实系统的车辆学习型预测模型,然后基于该模型设计了相应的学习型模型预测控制器(learning model predictive controller, LMPC),进而提升路径跟踪精度。

(2)提出了一种基于扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)的未建模动态参数学习更新方法。使用预言模型中待更新学习的未建模动态参数构建增广非线性系统,通过EKF实现非线性系统的近似线性化以及对未建模动态参数的估计,得到已

知确切未建模动态参数的车辆学习型预测模型。

(3)导出了学习型模型预测控制的二次型优化问题,以保证在线实时求解,并考虑正弦曲线路径、双移线路径等工况,完成了相关方法有效性和实时性的验证。

## 1 考虑系统未建模动态的车辆建模

### 1.1 车辆标称模型

在基于模型的路径跟踪控制方法中,为便于理论分析、控制器的设计和计算求解,很多学者往往会对车辆模型进行一定的简化建模,多采用2自由度车辆模型进行建模分析。图1所示为车辆的2自由度模型示意图,在该模型中,经过一系列的假设,车辆只保留了沿y轴的横向运动以及绕z轴的横摆运动2个自由度<sup>[28]</sup>。

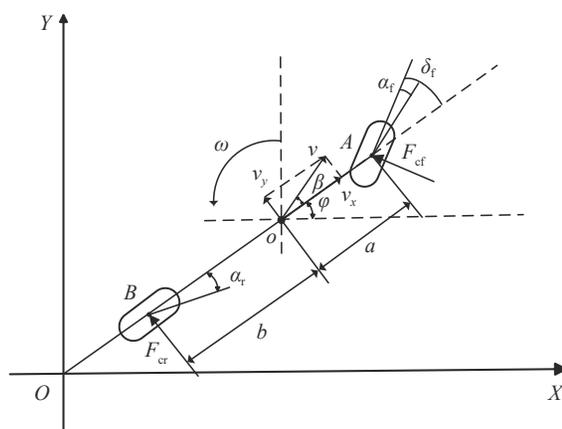


图1 2自由度车辆模型

图1中: $OXY$ 为惯性坐标系,点 $A$ 、 $O$ 、 $B$ 分别为前轴中心、车辆质心、后轴中心; $F_{cf}$ 和 $F_{cr}$ 分别为车辆前后轮所受到的侧偏力,假设方向均向左; $\alpha_f$ 和 $\alpha_r$ 分别为前后轮侧偏角; $\delta_f$ 、 $\beta$ 分别为前轮转角和质心侧偏角; $a$ 和 $b$ 分别为车辆前轴中心到质心和后轴中心到质心的距离; $v$ 为车辆质心速度, $v_x$ 为质心速度沿车辆纵向的分量, $v_y$ 为质心速度沿车辆横向的分量; $\varphi$ 和 $\omega$ 分别为车辆横摆角和横摆角速度。

在 $OXY$ 坐标系下,建立车辆运动学模型:

$$\begin{cases} \dot{X} = v \cos(\varphi + \beta) \\ \dot{Y} = v \sin(\varphi + \beta) \\ \dot{\varphi} = \omega \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\dot{X}$ 、 $\dot{Y}$ 、 $\dot{\varphi}$ 分别对应为在 $OXY$ 坐标系下的车辆纵向速度、横向速度和横摆角速度。在一个较短的采样时段内,由于智能车辆的前视距离较短,道路曲率

较小,可以认为车辆的质心侧偏角和横摆角也很小,近似认为  $\cos(\varphi + \beta) \approx 1$ 、 $\sin(\varphi + \beta) \approx \varphi + \beta$ ,于是式(1)可以写为

$$\begin{cases} \dot{X} = v \\ \dot{Y} = v(\varphi + \beta) \\ \dot{\varphi} = \omega \end{cases} \quad (2)$$

在车辆质心处沿车辆横向运用牛顿第二定律可得:

$$ma_c = 2F_{xf} \sin \delta_f + 2F_{cf} \cos \delta_f + 2F_{cr} \quad (3)$$

式中: $m$ 为车辆质量; $a_c$ 为车辆质心处的向心加速度,其由车辆纵向速度 $v_x$ 与横摆角速度和质心侧偏角变化率 $\dot{\beta}$ 的乘积的和组成,表示为 $a_c = v(\varphi + \dot{\beta})$ ; $F_{xf}$ 为前轮纵向力。当车辆稳定行驶时, $\delta_f$ 较小,则近似有 $\sin \delta_f = 0$ 、 $\cos \delta_f = 1$ ,式(3)可以写成以下形式:

$$mv_x(\omega + \dot{\beta}) = 2F_{cf} + 2F_{cr} \quad (4)$$

进一步认为车辆产生的侧偏角较小,轮胎的侧偏刚度位于线性范围内,所受的侧偏力与侧偏角成正比,则单个前后车轮所受到的侧偏力可表示为

$$\begin{cases} F_{cf} = C_f \alpha_f \\ F_{cr} = C_r \alpha_r \end{cases} \quad (5)$$

式中 $C_f$ 和 $C_r$ 分别表示前后车轮的侧偏刚度。根据坐标系的规定,前后轮的侧偏角可表示为

$$\begin{cases} \alpha_f = -(\delta_f - \theta_f) \\ \alpha_r = \theta_r \end{cases} \quad (6)$$

式中 $\theta_f$ 和 $\theta_r$ 分别表示前后轮速度方向与车辆纵轴之间的夹角。根据刚体运动学原理,在质心横向和前后轮横向上建立如下关系:

$$\begin{cases} v_x \tan \theta_f = v_y + a\omega \\ v_x \tan \theta_r = v_y - b\omega \end{cases} \quad (7)$$

在小角度假设下,近似认为 $\tan \theta_f = \theta_f$ 、 $\tan \theta_r = \theta_r$ ,则式(7)可以写为

$$\begin{cases} \theta_f = \frac{v_y + a\omega}{v_x} \\ \theta_r = \frac{v_y - b\omega}{v_x} \end{cases} \quad (8)$$

当质心侧偏角很小时有 $\beta \approx v_y/v_x$ ,则式(8)可以进一步写为

$$\begin{cases} \theta_f = \beta + \frac{a\omega}{v_x} \\ \theta_r = \beta - \frac{b\omega}{v_x} \end{cases} \quad (9)$$

再将式(5)、式(6)和式(9)代入式(4)中可得:

$$mv_x(\omega + \dot{\beta}) = 2C_f(\beta + \frac{a\omega}{v_x} - \delta_f) + 2C_r(\beta - \frac{b\omega}{v_x}) \quad (10)$$

同理,由转动方程可得:

$$I_z \dot{\omega} = aF_{cf} - bF_{cr} \quad (11)$$

式中: $I_z$ 为质心转动惯量; $\dot{\omega}$ 为横摆角速度变化率。

再将式(5)、式(6)和式(9)代入式(11)可得:

$$I_z \dot{\omega} = 2aC_f(\beta + \frac{a\omega}{v_x} - \delta_f) - 2bC_r(\beta - \frac{b\omega}{v_x}) \quad (12)$$

对式(10)和式(12)做进一步变换可得:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{2C_f + 2C_r}{mv_x} \beta + (-1 + \frac{2aC_f - 2bC_r}{mv_x^2}) \omega - \frac{2C_f}{mv_x} \delta_f \\ \dot{\omega} = \frac{2aC_f - 2bC_r}{I_z} \beta + \frac{2a^2C_f + 2b^2C_r}{I_z v_x} \omega - \frac{2aC_f}{I_z} \delta_f \end{cases} \quad (13)$$

通过理论推导和相应的近似简化,联合式(2)和式(13)建立车辆动力学模型:

$$\begin{cases} \dot{Y} = v(\varphi + \beta) \\ \dot{\varphi} = \omega \\ \dot{\beta} = \frac{2C_f + 2C_r}{mv_x} \beta + (-1 + \frac{2aC_f - 2bC_r}{mv_x^2}) \omega - \frac{2C_f}{mv_x} \delta_f \\ \dot{\omega} = \frac{2aC_f - 2bC_r}{I_z} \beta + \frac{2a^2C_f - 2b^2C_r}{I_z v_x} \omega - \frac{2aC_f}{I_z} \delta_f \end{cases} \quad (14)$$

选取横向偏移量、横摆角、质心侧偏角和横摆角速度为系统状态变量,即 $\mathbf{x} = [Y \ \varphi \ \beta \ \omega]^T$ ,将式(14)写成状态空间的形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad (15)$$

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & v & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]; \quad u = \delta_f$$

矩阵 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 中的参数分别为

$$a_{33} = \frac{2C_f + 2C_r}{mv_x}; \quad a_{34} = -1 + \frac{2aC_f - 2bC_r}{mv_x^2}$$

$$a_{43} = \frac{2aC_f - 2bC_r}{I_z}; \quad a_{44} = \frac{2a^2C_f + 2b^2C_r}{I_z v_x}$$

$$b_3 = -\frac{2C_f}{mv_x}; \quad b_4 = -\frac{2aC_f}{I_z}$$

对式(15)进行离散化处理,离散化后的方程可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d u_k \\ \mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_{k+1} \end{cases} \quad (16)$$

其中:

$$\mathbf{A}_d = e^{A\tau}; \quad \mathbf{B}_d = \int_0^{\tau} e^{A\tau} d\tau \cdot \mathbf{B}; \quad \mathbf{C}_d = \mathbf{C}$$

$T_s$ 为采样周期,为简化计算,可采用前向欧拉法或双向欧拉法进行近似。 $A_d$ 、 $B_d$ 、 $C_d$ 分别为系统离散化后的参数矩阵。

当考虑系统未建模动态时,系统状态可表示为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_k + \mathbf{d}_k \quad (17)$$

式中 $\mathbf{d}_k$ 表示系统未建模动态,包括车辆建模误差和外界不确定性导致的模型误差。通常假设其是有界的,并且可以通过统计学辨识工具进行学习和更新。至此,建立简化的车辆2自由度标称模型。

## 1.2 系统未建模动态

通过对系统未建模动态进行建模,可以提高模型的精确度,从而实现对智能车辆更为精准的路径跟踪控制。通常情况下系统未建模动态呈现非线性特性并且存在各种随机扰动,很难对其进行表述。但在一个很短的控制周期内,可以将其近似视为线性模型。为便于处理,本文借鉴相关文献中对未建模动态的线性化建模方法<sup>[27,29]</sup>,设计了适用于路径跟踪控制的未建模动态线性补偿模型,即预言模型,如下所示:

$$\mathbf{d}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{u}_k + \mathbf{g}_k \quad (18)$$

其中:

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ \alpha_5 & \alpha_6 & \alpha_7 & \alpha_8 \\ \alpha_9 & \alpha_{10} & \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{13} & \alpha_{14} & \alpha_{15} & \alpha_{16} \end{bmatrix}; \mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \alpha_{17} \\ \alpha_{18} \\ \alpha_{19} \\ \alpha_{20} \end{bmatrix}; \mathbf{g}_k = \begin{bmatrix} \alpha_{21} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{23} \\ \alpha_{24} \end{bmatrix}$$

式中: $\mathbf{F}_k \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ , $\mathbf{H}_k \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ , $\mathbf{g}_k \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ 与式(16)的标称模型维度保持一致,均是 $\alpha_i$ 的线性函数, $\alpha_i \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ ; $\alpha_1 \sim \alpha_{24}$ 为未建模动态待估计的参数,可以利用下节中的扩展卡尔曼滤波机理进行参数的迭代更新。

再将式(18)代入式(17)整合后即可得到车辆学习型预测模型:

$$\mathbf{x}_{k+1} = (\mathbf{A}_d + \mathbf{F}_k) \mathbf{x}_k + (\mathbf{B}_d + \mathbf{H}_k) \mathbf{u}_k + \mathbf{g}_k \quad (19)$$

至此,完成了对考虑系统未建模动态的车辆模型建模。

## 2 基于EKF的未建模动态参数学习

本节使用可同时确保系统状态量和待学习参数均收敛的EKF方法<sup>[30]</sup>,在优化系统状态量的同时,对预言模型中的参数进行学习更新。

首先使用预言模型中的参数 $\alpha_i$ , $i \in 1 \sim 24$ ,对系

统学习型预测模型即式(19)进行扩展,构建增广非线性系统<sup>[31]</sup>:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{\text{aug},k+1} = \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \alpha_{1,k+1} \\ \vdots \\ \alpha_{24,k+1} \end{bmatrix} = f(\mathbf{x}_{\text{aug},k}) = \\ \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_d + \mathbf{F}_k) \mathbf{x}_k + (\mathbf{B}_d + \mathbf{H}_k) \mathbf{u}_k + \mathbf{g}_k \\ \alpha_{1,k} \\ \vdots \\ \alpha_{24,k} \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_{\text{aug},k+1} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{\text{aug},k+1}) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{d \times 4} & \mathbf{O}_{d \times 24} \\ \mathbf{O}_{24 \times 4} & \mathbf{I}_{24 \times 24} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{\text{aug},k+1} \end{cases} \quad (20)$$

式中: $\mathbf{x}_{\text{aug},k}$ 和 $\mathbf{x}_{\text{aug},k+1}$ 分别表示 $k$ 时刻和 $k+1$ 时刻增广非线性系统预测状态; $\mathbf{y}_{\text{aug},k+1}$ 是与 $\mathbf{x}_{\text{aug},k+1}$ 对应的系统输出; $\mathbf{O}$ 是零矩阵; $\mathbf{I}$ 是单位矩阵; $\mathbf{C}$ 是系统输出矩阵,如下式。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

然后对式(20)中的 $f(\mathbf{x}_{\text{aug},k})$ 和 $\mathbf{h}(\mathbf{x}_{\text{aug},k+1})$ 分别求取雅可比矩阵,即分别取关于 $\mathbf{x}_{\text{aug},k}$ 和 $\mathbf{x}_{\text{aug},k+1}$ 的1阶偏导数,实现对上述非线性系统在状态领域内的线性化近似:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\phi}_{k+1} = \frac{\partial f(\mathbf{x},k)}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{aug},k}} \\ \mathbf{H}_{k+1} = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x},k+1)}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{aug},k+1}} \end{cases} \quad (21)$$

然后,利用卡尔曼滤波对上述经线性化处理的系统进行最优状态估计,包括对式(19)中系统状态量的优化估计以及对预言模型中参数的学习更新。卡尔曼滤波可分为预测、校正和更新3个部分。

### (1) 预测部分

建立系统先验状态估计模型:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = f(\hat{\mathbf{x}}_k, k) + \boldsymbol{\phi}_{k+1} \cdot d\mathbf{x}_{\text{aug},k} \quad (22)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- \in \mathbb{R}^{28 \times 1}$ 为先验估计,表示初步预测的下一时刻系统状态; $\hat{\mathbf{x}}_k$ 表示 $k$ 时刻优化后的系统状态,初值由人为给定; $d\mathbf{x}_{\text{aug},k}$ 表示位于线性化邻域内的状态有界扰动。

先验误差协方差矩阵:

$$\mathbf{p}_{k+1}^- = \boldsymbol{\phi}_{k+1} \mathbf{p}_k \boldsymbol{\phi}_{k+1}^T + \mathbf{Q}_{k+1} \quad (23)$$

式中: $\mathbf{p}_{k+1}^-$ 为 $k+1$ 时刻的先验误差协方差矩阵; $\mathbf{p}_k$ 为 $k$ 时刻的误差协方差矩阵; $\mathbf{Q}_{k+1}$ 为过程噪声协方差矩

阵,由系统不确定性引起。

输出方程:

$$\mathbf{y}_{k+1}^- = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1}^-, k+1) + \mathbf{H}_{k+1} \cdot d\mathbf{x}_{\text{aug},k+1} \quad (24)$$

式中 $\mathbf{y}_{k+1}^-$ 为系统初步预测输出的下一采样时刻的系统状态。

(2)校正部分

卡尔曼增益:

$$\mathbf{K}_{k+1} = \frac{\mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^\top}{\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_{k+1}^\top + \mathbf{R}_{k+1}} \quad (25)$$

式中 $\mathbf{K}_{k+1}$ 为卡尔曼增益; $\mathbf{R}_{k+1}$ 为测量噪声协方差矩阵。

系统后验状态估计模型:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- + \mathbf{K}_{k+1}(\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{y}_{k+1}^-) \quad (26)$$

式中 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ 为借助数据融合思想将系统测量值和先验估计值融合后得到的最终估计值即后验估计, $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ 为 $28 \times 1$ 维的状态矩阵,其中优化后的系统状态是 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ 的前4个参数,预言模型参数为 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ 的后24个参数。

(3)更新过程

更新误差协方差矩阵:

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}) \mathbf{P}_{k+1}^- \quad (27)$$

若给定 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 、 $\mathbf{P}_k$ 、 $\mathbf{Q}_k$ 、 $\mathbf{R}_k$ 和 $d\mathbf{x}_{\text{aug},k}$ 的初值,则在之后的每个控制周期内,通过重复上述各步骤,便能够实现系统状态量的优化和未建模动态参数 $\alpha_1 \sim \alpha_{24}$ 的学习更新。

### 3 学习型模型预测控制器设计

LMPC是一种改进的模型预测控制策略,它能够对系统状态和控制输入施加约束,在通过代价函数优化系统性能的同时,采用统计学方法对模型的不确定性进行学习,并实时在线进行模型优化,提高模型的精确度。本节将基于式(19)所示的已知预言模型参数的车辆学习型预测模型,设计用于车辆路径跟踪控制的LMPC。本文所设计的LMPC期望车辆须在准确跟随参考路径的同时确保平稳行驶,因此需要在所构建的代价函数中对跟踪误差和控制输入进行优化,同时还须构建一系列约束条件,将相关量严格限制在期望的范围内。下面给出本文LMPC的优化问题:

$$\min_{\{u_1^*, \dots, u_{k+p}^*, \dots, u_{k+N-1}^*\}} J_k = \sum_{i=0}^{p-1} \|\mathbf{y}_{k+i} - \mathbf{r}_{k+i}\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{N-1} \|u_{k+i}\|_R^2 \quad (28)$$

s. t. :

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_0, i \in (0, P) \quad (29)$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+i+1} = (\mathbf{A}_d + \mathbf{F}_{k+i})\mathbf{x}_{k+i} + (\mathbf{B}_d + \mathbf{H}_{k+i})\mathbf{u}_{k+i} + \mathbf{g}_{k+i} \\ \mathbf{y}_{k+i+1} = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+i+1} \end{cases} \quad (30)$$

$$\mathbf{x}_{k+i} \in \mathbf{X} \quad (31)$$

$$u_{\min} < u_{k+i} < u_{\max} \quad (32)$$

$$\Delta u_{\min} < \Delta u_{k+i} < \Delta u_{\max} \quad (33)$$

式中 $J_k$ 表示代价函数; $P$ 和 $N$ 分别表示预测时域和控制时域, $P \geq N$ ; $\mathbf{y}_{k+i}$ 是学习型预测模型 $k+i$ 时刻的输出; $\mathbf{r}_{k+i}$ 表示车辆在未来 $P$ 步期望状态中的第 $i$ 个期望状态; $u_{k+i}$ 为待求解的最优控制序列,通常为前轮转角或转向盘转角; $u_{k+i}^*$ 为实际求得的最优控制序列; $Q$ 和 $R$ 为权重系数。参考文献[32]中的代价函数设计,本文的代价函数 $J_k$ 包含两项,第1项与车辆的路径跟踪精度有关,第2项与车辆的控制输入量有关。式(29)为车辆在 $k$ 时刻的系统初始状态约束,其中 $\mathbf{x}_0$ 表示车辆在 $k$ 时刻的系统初始状态;式(30)为车辆的动力学约束,其中 $\mathbf{x}_{k+i+1}$ 表示在 $k$ 时刻通过车辆学习型预测模型预测的第 $k+i+1$ 时刻的系统状态, $\mathbf{y}_{k+i+1}$ 为车辆学习型预测模型在第 $k+i+1$ 时刻的系统输出;式(31)为系统状态约束,其中 $\mathbf{X}$ 表示车辆系统状态约束;式(32)为车辆控制量约束,其中 $u_{\min}$ 和 $u_{\max}$ 分别表示车辆控制量的上下界;式(33)为车辆控制量增量约束,其中 $\Delta u_{\min}$ 和 $\Delta u_{\max}$ 分别表示车辆控制量增量的上下界,通常可由执行器饱和和上下界以及对乘坐舒适性的要求来决定。

### 4 二次型优化问题转化与求解

为便于计算求解,本节将对基于式(28)~式(33)所构建的优化问题进行二次型转化,转化为二次规划形式,然后对其迭代优化求解<sup>[33]</sup>。令 $\mathbf{A}_c = \mathbf{A}_d + \mathbf{F}_k$ ,  $\mathbf{B}_c = \mathbf{B}_d + \mathbf{H}_k$ ,则式(19)可表示为以下形式:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_c \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_c u_k + \mathbf{g}_k \quad (34)$$

进一步将控制量转换为增量的形式,然后做如下转换,令

$$\begin{cases} \xi_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ u_k \end{bmatrix} \\ \xi_{k+1} = \tilde{\mathbf{A}}\xi_k + \tilde{\mathbf{B}}\Delta u_k + \tilde{\mathbf{W}}\mathbf{g}_k \\ \eta_{k+1} = \tilde{\mathbf{C}}\xi_{k+1} \end{cases} \quad (35)$$

其中:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ O_{m \times n} & I_{m \times 1} \end{bmatrix}; \tilde{B} = \begin{bmatrix} O_{n \times 1} \\ I_{m \times 1} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{W} = \begin{bmatrix} I_{n \times 1} \\ O_{m \times 1} \end{bmatrix}; \tilde{C} = [C_{1 \times n} \quad O_{1 \times m}]$$

式中: $n$ 是状态变量的维度; $m$ 是控制量的维度。已知 $k$ 时刻的状态 $\xi_k$ ,则预测 $P$ 步,控制 $N$ 步后,可以得到系统未来 $P$ 步状态(取最后 $P-N$ 步的控制量均为 $\Delta u_{k+N-1}$ ,预言模型常数项均为 $g_{k+N-1}$ ),表示如下:

$$\begin{cases} \xi_{k+1} = \tilde{A}\xi_k + \tilde{B}\Delta u_k + \tilde{W}g_k \\ \xi_{k+2} = \tilde{A}^2\xi_k + \tilde{A}\tilde{B}\Delta u_k + \tilde{B}\Delta u_{k+1} + \tilde{A}\tilde{W}g_k + \tilde{W}g_{k+1} \\ \dots \\ \xi_{k+N} = \tilde{A}^N\xi_k + \tilde{A}^{N-1}\tilde{B}\Delta u_k + \tilde{A}^{N-2}\tilde{B}\Delta u_{k+1} + \dots + \tilde{B}\Delta u_{k+N-1} + \tilde{A}^{N-1}\tilde{W}g_k + \tilde{A}^{N-2}\tilde{W}g_{k+1} + \dots + \tilde{W}g_{k+N-1} \\ \dots \\ \xi_{k+P} = \tilde{A}^P\xi_k + \tilde{A}^{P-1}\tilde{B}\Delta u_k + \tilde{A}^{P-2}\tilde{B}\Delta u_{k+1} + \dots + \tilde{A}^{P-N-1}\tilde{B}\Delta u_{k+N-2} + \sum_{i=0}^{P-N} \tilde{A}^i\tilde{B}\Delta u_{k+N-1} + \sum_{i=0}^{P-1} \tilde{A}^i\tilde{W}g_{k+i} \end{cases} \quad (36)$$

预测 $P$ 步,控制 $N$ 步后系统输出:

$$\begin{cases} \eta_{k+1} = \tilde{C}\tilde{A}\xi_k + \tilde{C}\tilde{B}\Delta u_k + \tilde{C}\tilde{W}g_k \\ \eta_{k+2} = \tilde{C}\tilde{A}^2\xi_k + \tilde{C}\tilde{A}\tilde{B}\Delta u_k + \tilde{C}\tilde{B}\Delta u_{k+1} + \tilde{C}\tilde{A}\tilde{W}g_k + \tilde{C}\tilde{W}g_{k+1} \\ \dots \\ \eta_{k+N} = \tilde{C}\tilde{A}^N\xi_k + \tilde{C}\tilde{A}^{N-1}\tilde{B}\Delta u_k + \tilde{C}\tilde{A}^{N-2}\tilde{B}\Delta u_{k+1} + \dots + \tilde{C}\tilde{B}\Delta u_{k+N-1} + \tilde{C}\tilde{A}^{N-1}\tilde{W}g_k + \tilde{C}\tilde{A}^{N-2}\tilde{W}g_{k+1} + \dots + \tilde{C}\tilde{W}g_{k+N-1} \\ \dots \\ \eta_{k+P} = \tilde{C}\tilde{A}^P\xi_k + \tilde{C}\tilde{A}^{P-1}\tilde{B}\Delta u_k + \tilde{C}\tilde{A}^{P-2}\tilde{B}\Delta u_{k+1} + \dots + \tilde{C}\tilde{A}^{P-N-1}\tilde{B}\Delta u_{k+N-2} + \dots + \sum_{i=0}^{P-N} \tilde{C}\tilde{A}^i\tilde{B}\Delta u_{k+N-1} + \sum_{i=0}^{P-1} \tilde{C}\tilde{A}^i\tilde{W}g_{k+i} \end{cases} \quad (37)$$

分别定义系统的系统状态 $X_k$ ,系统预测输出 $Y_{k+1}$ ,系统控制量增量 $\Delta U_k$ 以及系统未建模动态常量 $G_k$ :

$$X_k = \begin{bmatrix} \xi_k \\ \xi_{k+1} \\ \vdots \\ \xi_{k+P-1} \end{bmatrix}; Y_{k+1} = \begin{bmatrix} \eta_{k+1} \\ \eta_{k+2} \\ \vdots \\ \eta_{k+P} \end{bmatrix}$$

$$\Delta U_k = \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+N-1} \end{bmatrix}_{N \times 1}; G_k = \begin{bmatrix} g_k \\ g_{k+1} \\ \vdots \\ g_{k+N-1} \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (38)$$

将系统未来 $P$ 步的输出写成集总形式:

$$Y_{k+1} = S_x X_k + S_u \Delta U_k + S_g G_k \quad (39)$$

其中:

$$S_x = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{A} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^N & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^P & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{P \times P}$$

$$S_u = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{B} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{N-1}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{A}^{N-2}\tilde{B} & \dots & \tilde{C}\tilde{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{P-1}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{A}^{P-2}\tilde{B} & \dots & \sum_{i=0}^{P-N} \tilde{C}\tilde{A}^i\tilde{B} \end{bmatrix}_{P \times N}$$

$$S_g = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{W} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{N-1}\tilde{W} & \tilde{C}\tilde{A}^{N-2}\tilde{W} & \dots & \tilde{C}\tilde{W} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{P-1}\tilde{W} & \tilde{C}\tilde{A}^{P-2}\tilde{W} & \dots & \sum_{i=0}^{P-N} \tilde{C}\tilde{A}^i\tilde{W} \end{bmatrix}_{P \times N}$$

假设车辆未来 $P$ 步的期望状态为

$$R_k = [r_k, \dots, r_{k+P-2}, r_{k+P-1}] \quad (40)$$

将式(39)和式(40)代入代价函数式(28)中,得

$$J_k = \sum_{i=0}^{P-1} \|y_{k+i} - r_{k+i}\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{N-1} \|\Delta u_{k+i}\|_R^2 = \|S_x X_k + S_u \Delta U_k + S_g G_k - R_k\|_Q^2 + \|\Delta U_k\|_R^2 \quad (41)$$

令 $E = S_x X_k + S_g G_k - R_k$ ,代入式(41)再将其展开可得:

$$J_k = E^T Q E + E^T Q S_u \Delta U_k + (S_u \Delta U_k)^T Q E + (S_u \Delta U_k)^T Q (S_u \Delta U_k) + \Delta U_k^T R \Delta U_k = E^T Q E + 2E^T Q S_u \Delta U_k + \Delta U_k^T S_u^T Q S_u \Delta U_k + \Delta U_k^T R \Delta U_k = E^T Q E + 2E^T Q S_u \Delta U_k + \Delta U_k^T (S_u^T Q S_u + R) \Delta U_k \quad (42)$$

式中由于 $E^T Q E$ 为常值,对求解 $J_k$ 取得最小值时的控制量无影响,故等同于求:

$$J_k = 2E^T Q S_u \Delta U_k + \Delta U_k^T (S_u^T Q S_u + R) \Delta U_k \quad (43)$$

令 $H = 2(S_u^T Q S_u + R)$ , $f^T = 2E^T Q S_u$ , $x = \Delta U_k$ ,则式(43)可以转化为以下二次型优化问题的形式:

$$J_k = \min_x \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{f}^T \mathbf{x}$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\ \mathbf{A} \mathbf{e} \mathbf{q} \mathbf{x} = \mathbf{b} \mathbf{e} \mathbf{q} \\ \mathbf{l} \mathbf{b} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \mathbf{b} \end{cases} \quad (44)$$

然后将上节优化问题中的约束转换成式(44)矩阵形式,取:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & 0 \\ 1 & 1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 1 & 1 & \cdot & 1 \end{bmatrix}_{N \times N}$$

根据  $u_k = u_{k-1} + \Delta u_k$ , 将未来  $N$  步约束写成集总形式:

$$U_{\min} \leq \mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{U} + u_{k-1} \otimes \mathbf{I}_{N \times 1} \leq U_{\max} \quad (45)$$

式中:  $U_{\min}$ 、 $U_{\max}$  分别为未来  $N$  步控制量约束的上下界集合;  $\otimes$  为克罗内克积。接着对式(45)进行变换可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{U} &\leq U_{\max} - u_{k-1} \otimes \mathbf{I}_{N \times 1} - \\ &\mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{U} \leq u_{k-1} \otimes \mathbf{I}_{N \times 1} - U_{\min} \end{aligned} \quad (46)$$

令  $\mathbf{A}_2 = -\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{b}_1 = U_{\max} - u_{k-1} \otimes \mathbf{I}_{N \times 1}$ ,  $\mathbf{b}_2 = u_{k-1} \otimes \mathbf{I}_{N \times 1} - U_{\min}$ , 则式(46)约束可以写成:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} \quad (47)$$

再使用 Matlab 的二次规划问题求解器 quadprog, 将已求得的式(44)中的系统集总矩阵、等式、不等式约束等作为实参传入 quadprog 函数, 即可求得以下最优控制序列。

$$\mathbf{U}_k^* = \{u_k^*, \dots, u_{k+i}^*, \dots, u_{k+N-1}^*\} \quad (48)$$

再将最优控制序列中的第一个控制量作用于当前系统, 用以控制车辆转角或转向盘转角。直到下一采样时刻, 遵循上述步骤再次计算新的控制序列, 再将新的控制序列中的第 1 个元素作用于系统, 如此不断循环往复, 直至执行完整个路径跟踪任务。表 1 详细描述了本文设计的 LMPC 算法的计算流程。

本文采用线性化预言模型对系统未建模动态进行表征, 其 EKF 优化模型相对简单, 计算复杂度也较低; 且本文所提出的 LMPC 算法与传统 MPC 算法思路一样, 均是将优化问题最终转换成凸二次型优化问题进行求解, 优化问题规模与时间复杂度均处在相同量级上, 进而执行时间是相当的。如下文所示, 本文的 LMPC 算法的预测时域为 10, 在求解时计算复杂度不高, 不会影响算法的实时性。后文仿真也表明所提出 LMPC 算法可以实时求解。此外, 实际执行时间也与硬件平台相关, 硬件平台计算资源越充足, 求解的时间也越低。

表 1 基于 LMPC 的算法流程

学习型模型预测控制算法流程	
1:	初始化后验估计值 $\hat{\mathbf{x}}_k$ , 误差协方差矩阵 $\mathbf{P}_k$ , 过程噪声协方差矩阵 $\mathbf{Q}_k$ , 测量噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k$ , 系统噪声边界 $d\mathbf{x}_{\text{aug}, k}$ 和权重系数 $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$
2:	建立车辆标称模型
3:	对系统未建模动态进行线性化建模, 得到预言模型, 并与标称模型整合得到学习型预测模型
4:	构建包含系统状态量和待学习参数的增广非线性系统
5:	For $k=1$ To final waypoint
6:	更新车辆当前状态 $\mathbf{x} = [Y \ \varphi \ \beta \ \omega]^T$
7:	利用 EKF 将非线性系统线性化, 并进行系统状态优化、未建模动态矩阵 $\mathbf{F}_k, \mathbf{H}_k, \mathbf{g}_k$ 参数更新学习
8:	得到包含已知未建模动态参数的系统学习型预测模型
9:	寻找未来 $P$ 步的系统参考路径跟踪点
10:	建立 LMPC 的优化问题
11:	二次型优化问题转化与求解
12:	将得到的最优控制序列中的第 1 个元素作用于系统, 等待下一个控制周期到来
13:	End

## 5 仿真验证

本节通过设计多工况多组别联合仿真试验, 验证本文所提出的 LMPC 在提高路径跟踪精度方面的有效性。共选取了 2 种工况, 一种是曲率连续变化的正弦路径, 另一种是曲率既有固定又有连续变化的双移线路径。采用 CarSim 联合 Matlab/Simulink 搭建联合仿真平台, 实现车辆的闭环滚动控制。其中车辆与控制器相关参数如表 2 所示。

在不同的车速下, 对比了一般线性 MPC 方法与本文考虑了系统未建模动态补偿的 LMPC 方法在路

表 2 车辆与控制器参数

参数	数值	单位
车辆轴距	2.91	m
质心到前轴距离	1.015	m
质心到后轴距离	1.895	m
簧上质量	1270	kg
质心转动惯量	1536.7	kg·m <sup>2</sup>
前轮侧偏刚度	-61126	N/rad
后轮侧偏刚度	-51163	N/rad
LMPC 采样步长	0.1	s
LMPC 预测步数	10	
控制周期	0.02	s
过程噪声协方差矩阵	0.01I	
测量噪声协方差矩阵	0.04I	
系统噪声边界	[-0.01, 0.01]	

径跟踪性能方面的差异。在仿真过程中,对车辆的横向和纵向控制进行了解耦处理,其中纵向速度设定为恒定并通过PID算法实现巡航控制,横向则通过MPC或LMPC进行控制。在每种工况中,车辆的初始位置、航向以及速度均设定为0。

### 5.1 正弦曲线路径工况

采用曲率连续变化的正弦曲线路径进行跟踪控制性能的测试验证,图2分别展示了在18、36、54和72 km/h的车速下,一般线性MPC控制器与本文LMPC控制器的路径跟踪控制仿真结果。

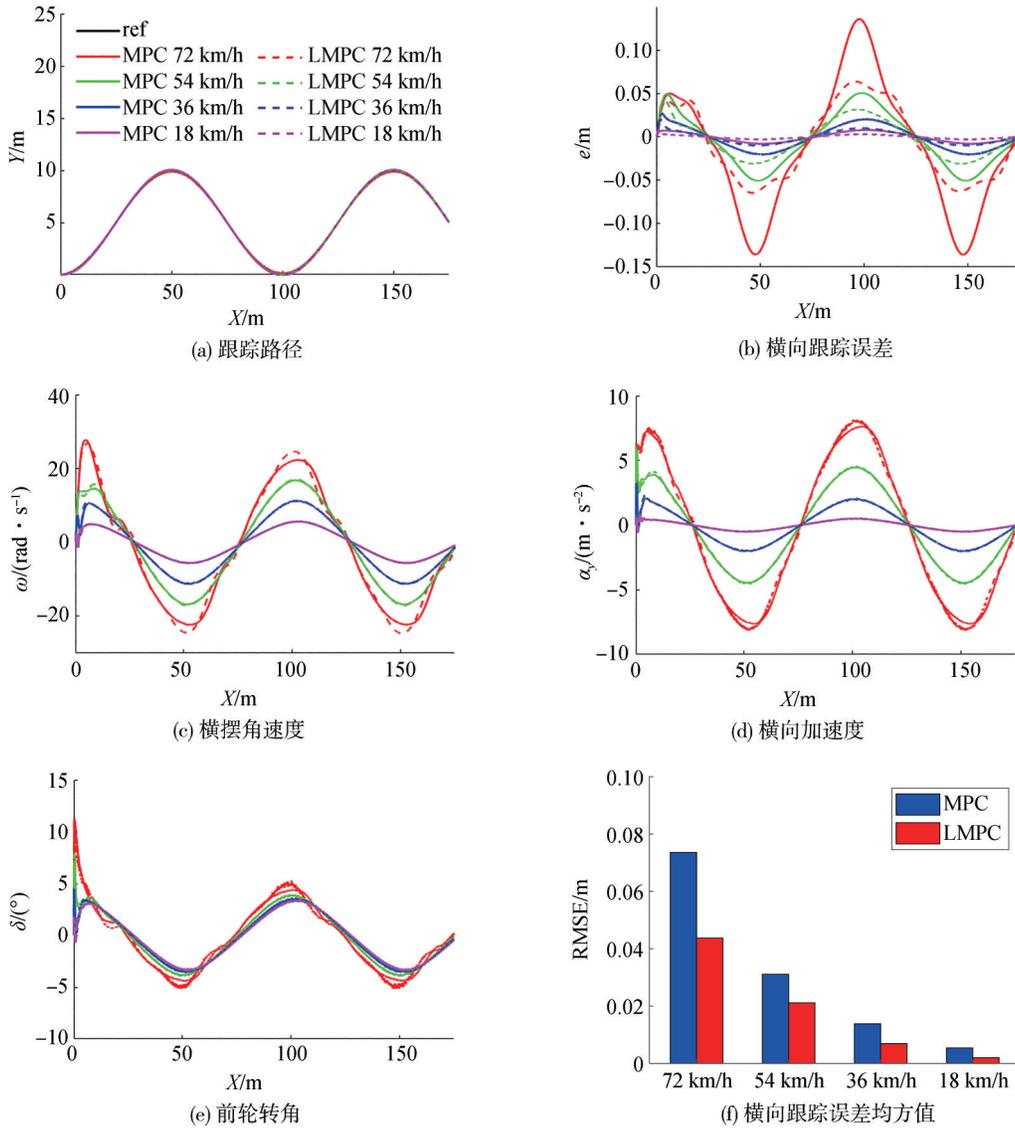


图2 正弦曲线路径工况MPC与LMPC仿真

在所有图示中,常规线性MPC方法的仿真结果用实线表示,而对系统未建模动态进行补偿的LMPC方法的仿真结果则用虚线进行表示。从图2(b)中可以看到,无论是MPC方法还是本文的LMPC方法,一般车速越大,横向跟踪误差也越大,并且横向跟踪误差随着道路曲率的变化而变化,峰值误差出现在正弦曲线路径的顶点附近,即道路曲率较大的地方。其中在72 km/h下,MPC方法的峰值误差出现在X=100 m附近,为0.136 m,LMPC方法的峰值

误差出现在X=50 m附近,为0.065 m。由于本文的LMPC算法对系统未建模动态进行了近似补偿,能够提高模型的精度,进而提高路径跟踪精度,所以无论是整体跟踪误差还是最大跟踪误差,LMPC方法均比MPC方法小。在图2(c)中,MPC方法和LMPC方法的横摆角速度均随着路径曲率的变化而变化,且随着车速的增大而相应增大。从图2(f)中可以观察到,在4组不同车速情况下,本文的LMPC方法的横向跟踪误差均方值均低于MPC方法,如表3所示,

LMPC算法相比于MPC算法在车辆的横向跟踪误差均方值方面分别下降了40.54%、32.26%、50.00%和60.00%,这意味着具有更高的路径跟踪精度。LMPC方法在提高跟踪精度的同时,依然能够维持车辆的稳定控制,这是因为在中低速情况下,LMPC在一定程度上对系统未建模动态进行了有效补偿,验证了本文所提方法的有效性。然而,在车速更高的72 km/h情况下,如图2(d)所示,车辆的最大横向加速度超出了0.6g(其中g是重力加速度),此时车辆的非线性动力学特性更加明显,对车辆非线性特性进行近似估计的力度也更加显著,可能会导致一些有界不确定性参数变化频率和范围增加,进而出现前轮转角控制量轻微抖动的现象,如图2(e)所示。

### 5.2 双移线路径工况

采用包含固定曲率和连续变化曲率的双移线路

表3 正弦工况MPC与LMPC横向跟踪误差均方值比较

车速/(km·h <sup>-1</sup> )	MPC/m	LMPC/m	性能提升/%
72	0.074	0.044	40.54
54	0.031	0.021	32.26
36	0.014	0.007	50.00
18	0.005	0.002	60.00

径进行跟踪控制性能的测试验证,仿真结果如图3所示。结果表明:在车辆速度不高且横向加速度较小的工况下,LMPC方法依然能够维持车辆稳定驾驶的同时,有效提高路径跟踪的精度。在加速度较高、曲率和曲率变化率较大非线性较强的路段,车辆的控制稳定性出现了明显的下降。在72 km/h的高速工况下,如图3(d)所示,车辆的最大横向加速度超过了0.8g,在进行模型补偿后车辆出现了失稳现

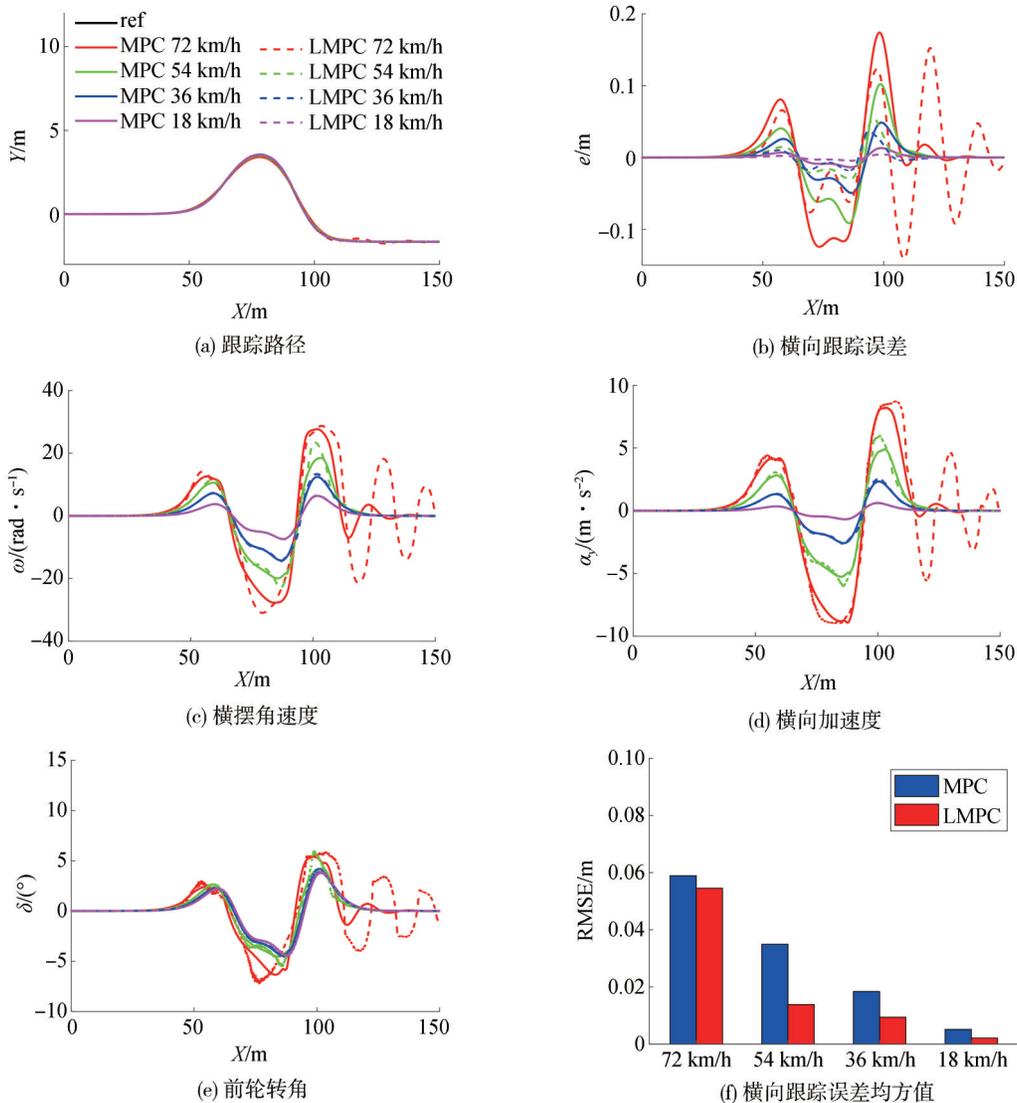


图3 双移线路径工况MPC与LMPC仿真

象,这也在一定程度上凸显了采用线性化模型补偿方法的局限性。但是,如表4中双移线工况下MPC与LMPC横向跟踪误差均方值比较所示,在54、36和18 km/h的较低速度工况下,LMPC控制器与传统的线性MPC控制器相比,在车辆横向跟踪误差均方值上分别实现了60.00%、50.00%和60.00%的显著降低。

表4 双移线工况MPC与LMPC横向跟踪误差均方值比较

车速/(km·h <sup>-1</sup> )	MPC/m	LMPC/m	性能提升/%
54	0.035	0.014	60.00
36	0.018	0.009	50.00
18	0.005	0.002	60.00

此外,如图4所展示的,虽然采用了线性化建模的方法对车辆模型进行了建模补偿,但系统模型的复杂度并未显著提高。因此,在使用相同的硬件设施以及Matlab软件环境下,LMPC方法与传统MPC方法相比,并未出现计算时间明显增加的现象。这一特点使得LMPC方法在不显著增加额外计算负担的同时,具有更高的路径跟踪精度,其更适合应用于实际运行工况,表明了本文所提出的考虑系统未建模动态的LMPC方法在实际应用中的可行性。

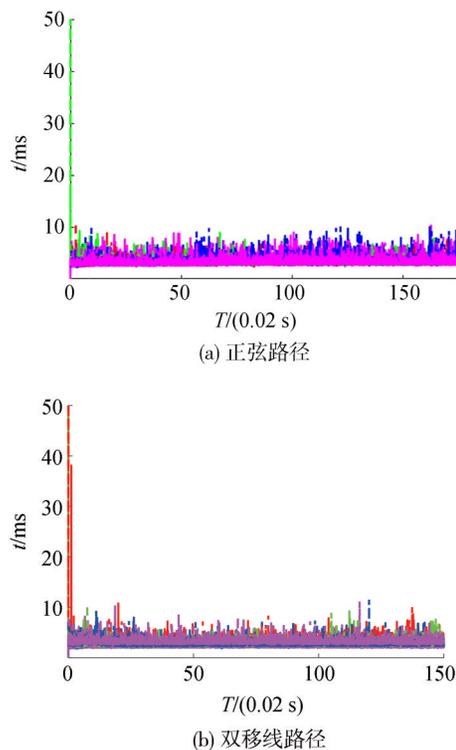


图4 不同工况下MPC和LMPC的计算时间

## 6 结论

针对车辆系统未建模动态、参数摄动以及外部扰动等带来的精准路径跟踪问题,本文提出了一种考虑系统未建模动态的车辆学习型路径跟踪控制方法。采用线性化的预言模型对车辆未建模动态进行建模补偿,并将其与车辆标称模型进行整合进一步得到车辆学习型预测模型;采用EKF学习更新未建模动态参数;接着设计了学习型模型预测控制器,并将其优化问题转化成二次规划问题进行求解,得到每一个控制周期内的最优控制量;最后通过CarSim和Matlab/Simulink的联合仿真,在2种场景不同车速工况下对比了对系统未建模动态进行补偿的LMPC与传统线性MPC的路径跟踪效果。仿真结果表明,相比于传统线性的MPC方法,本文所提出的LMPC方法可以在不显著增加计算时间的同时,确保中低速场景下车辆的稳定控制并实现更为精准的路径跟踪,具有一定的优越性和可行性。

## 参考文献

- [1] 采国顺,刘昊吉,冯吉伟,等.智能汽车的运动规划与控制研究综述[J].汽车安全与节能学报,2021,12(3):279-297.  
CAI G S, LIU H J, FENG J W, et al. Review on the research of motion planning and control for intelligent vehicles[J]. J Automotive Safety and Energy, 2021, 12(3): 279-297.
- [2] TENG S, HU X, DENG P, et al. Motion planning for autonomous driving: the state of the art and future perspectives [J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2023, 8(6): 3692-3711.
- [3] 金立生,谢宪毅,司法,等.考虑驾驶人特性的智能驾驶路径跟踪算法[J].汽车工程,2021,43(4):553-561.  
JIN L S, XIE X Y, SI F, et al. Intelligent driving path tracking algorithm considering driver characteristics[J]. Automotive Engineering, 2021, 43(4): 553-561.
- [4] 胡杰,钟鑫凯,陈瑞楠,等.基于模糊LQR的智能汽车路径跟踪控制[J].汽车工程,2022,44(1):17-25,43.  
HU J, ZHONG X K, CHEN R N, et al. Path tracking control of intelligent vehicles based on fuzzy LQR[J]. Automotive Engineering, 2022, 44(1): 17-25, 43.
- [5] AMER N H, HUDHA K, ZAMZURI H, et al. Adaptive modified stanley controller with fuzzy supervisory system for trajectory tracking of an autonomous armoured vehicle[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2018, 105: 94-111.
- [6] XU S, PENG H. Design, analysis, and experiments of preview path tracking control for autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(1): 48-58.
- [7] MARINO R, SCALZI S, NETTO M. Nested PID steering control for lane keeping in autonomous vehicles[J]. Control Engineering

- Practice, 2011, 19(12): 1459-1467.
- [8] WAN N, ZENG G, ZHANG C, et al. Multi-layer controller with state-constraint: vehicle lateral stability control based on fuzzy logic[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2022, 236(1): 155-167.
- [9] JIANG Y, XU X, ZHANG L. Heading tracking of 6WID/4WIS unmanned ground vehicles with variable wheelbase based on model free adaptive control[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 159: 107715.
- [10] FARAG W. Complex trajectory tracking using PID control for autonomous driving[J]. International Journal of Intelligent Transportation Systems Research, 2020, 18(2): 356-366.
- [11] XIONG B, QU S. Intelligent vehicle's path tracking based on fuzzy control[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2010, 10(2): 70-75.
- [12] WANG Z, ZHOU X, WANG J. Extremum-seeking-based adaptive model-free control and its application to automated vehicle path tracking[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2022, 27(5): 3874-3884.
- [13] SNIDER J M. Automatic steering methods for autonomous automobile path tracking[J]. Robotics Institute, Pittsburgh, PA, Tech Rep CMU-RITR-09-08, 2009.
- [14] 潘世举, 李永乐, 李子先, 等. 基于改进纯跟踪的智能车路径跟随方法[J]. 汽车工程, 2023, 45(1): 1-8, 19.  
PAN S J, LI Y L, LI Z X, et al. Path following method of intelligent vehicles based on improved pure tracking[J]. Automotive Engineering, 2023, 45(1): 1-8, 19.
- [15] BACHA S, SAADI R, AYAD M Y, et al. A review on vehicle modeling and control technics used for autonomous vehicle path following[C]. 2017 International Conference on Green Energy Conversion Systems (GECS). IEEE, 2017: 1-6.
- [16] YANG J, BAO H, MA N, et al. An algorithm of curved path tracking with prediction model for autonomous vehicle[C]. 2017 13th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS). IEEE, 2017: 405-408.
- [17] 熊璐, 杨兴, 卓桂荣, 等. 无人驾驶车辆的运动控制发展现状综述[J]. 机械工程学报, 2020, 56(10): 127-143.  
XIONG L, YANG X, ZHUO G R, et al. Review on motion control of autonomous vehicles[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(10): 127-143.
- [18] QINPENG S, ZHONGHUA W, MENG L, et al. Path tracking control of wheeled mobile robot based on improved pure pursuit algorithm[C]. 2019 Chinese Automation Congress (CAC). IEEE, 2019: 4239-4244.
- [19] AHN J, SHIN S, KIM M, et al. Accurate path tracking by adjusting look-ahead point in pure pursuit method[J]. International Journal of Automotive Technology, 2021, 22: 119-129.
- [20] THRUN S, MONTEMERLO M, DAHLKAMP H, et al. Stanley: the robot that won the DARPA grand challenge[J]. Journal of field Robotics, 2006, 23(9): 661-692.
- [21] ABDELMONIEM A, OSAMA A, ABDELAZIZ M, et al. A path-tracking algorithm using predictive Stanley lateral controller[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2020, 17(6): 1729881420974852.
- [22] 周卫琪, 赵羿寒, 刘擎超, 等. 基于改进LQR的车辆路径跟踪横向控制策略[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2024, 52(3): 135-141.  
ZHOU W Q, ZHAO Y H, LIU Q C, et al. Lateral control strategy of vehicle path tracking based on improved LQR[J]. J. Huazhong Univ. of Sci. & Tech, 2024, 52(3): 135-141.
- [23] FAN Z, CHEN H. Study on path following control method for automatic parking system based on LQR[J]. SAE International Journal of Passenger Cars-Electronic and Electrical Systems, 2016, 10(2016-01-1881): 41-49.
- [24] 陈亮, 秦兆博, 孔伟伟, 等. 基于最优前轮侧偏力的智能汽车LQR横向控制[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2021, 61(9): 906-912.  
CHEN L, QING Z B, KONG W W, et al. Lateral control using LQR for intelligent vehicles based on the optimal front-tire lateral force[J]. J Tsinghua Univ (Sci & Technol), 2021, 61(9): 906-912.
- [25] LIU T, SHEN Y, WANG K. Path tracking control for autonomous truck with dual modular chassis[J]. Automotive Innovation, 2023, 6(4): 558-570.
- [26] GENG K, LIU S. Robust path tracking control for autonomous vehicle based on a novel fault tolerant adaptive model predictive control algorithm[J]. Applied Sciences, 2020, 10(18): 6249.
- [27] BIAN Y, DING J, HU M, et al. An advanced lane-keeping assistance system with switchable assistance modes[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(1): 385-396.
- [28] 余志生. 汽车理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.  
YU Z S. Automobile theory[M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2009.
- [29] DOGAN I, SHEN Z J M, ASWANI A. Regret analysis of learning-based MPC with partially-unknown cost function[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2023: 1-8.
- [30] LJUNG L. Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1979, 24(1): 36-50.
- [31] 边有钢, 张田田, 胡云卿, 等. 一种自动驾驶车辆学习型路径跟踪预测控制方法: CN113306573B[P]. 2022-08-16.  
BIAN Y G, ZHANG T T, HU Y Q, et al. A learning path tracking predictive control method for automated vehicles: CN113306573B[P]. 2022-08-16.
- [32] 王艺, 蔡英凤, 陈龙, 等. 基于模型预测控制的智能网联车辆路径跟踪控制器设计[J]. 机械工程学报, 2019, 55(8): 136-144, 153.  
WANG Y, CAI Y F, CHEN L, et al. Design of intelligent and connected vehicle path tracking controller based on model predictive control[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(8): 136-144, 153.
- [33] TONG Y, LI C, WANG G, et al. Integrated path-following and fault-tolerant control for four-wheel independent-driving electric vehicles[J]. Automotive Innovation, 2022, 5(3): 311-323.