Аналитический синтез фазокогерентного вычитающего кроссовера с точным совпадением фаз полос

Аннотация
Представлен аналитический метод синтеза активного вычитающего кроссовера, обеспечивающего точное совпадение фазовых характеристик НЧ- и ВЧ-полос во всём рабочем диапазоне. Впервые показано, что условие фазовой тождественности сводится к строгому равенству знаменателей передаточных функций (полюсов) all-pass фильтра и ФНЧ. Это позволяет получить замкнутые формулы для расчёта номиналов и отказаться от эмпирической подстройки. Метод обеспечивает неравномерность суммарной АЧХ менее 0,045 дБ в полосе 20 Гц – 20 кГц. Приведены результаты симуляции и экспериментальной проверки на физическом макете, подтверждающие теорию. Работа развивает ранее предложенную топологию вычитающего кроссовера, предлагая для нее строгое математическое обоснование.

Ключевые слова: фазокогерентный кроссовер, вычитающий фильтр, all-pass, групповое время задержки, аналитический синтез.

1. Введение

Задача разделения звукового сигнала на полосы с последующим сложением кажется простой только на первый взгляд. Любой кроссовер — это компромисс между равномерностью АЧХ, фазовой когерентностью полос и крутизной спада. Классические аппроксимации (Баттерворт, Чебышев, Бессель, Линквиц-Райли) синтезируются исходя из требований к АЧХ, тогда как фаза оказывается побочным продуктом. На частоте раздела фазы полос не совпадают, что приводит к интерференции, искажению импульсной характеристики и потере целостности звуковой картины. С точки зрения психоакустики это не второстепенный эффект: слуховая система использует тонкую временную структуру и межканальные фазовые соотношения для группировки гармоник и локализации источников.

Концепция кроссоверов с постоянным напряжением была формализована Р. Смоллом [1]. Дальнейшее развитие шло двумя путями. Первый — параллельное суммирование с последующей коррекцией (решения З. Линквица, а также серийные state-variable кроссоверы). Второй — перекрытие полос и эквализация (метод transient-perfect кроссоверов Дж. Кресковски [2]).

Топология вычитающего кроссовера с фазокорректором, предложенная П. Ласки [3], долгое время рассматривалась как перспективное решение. Однако в оригинальной реализации all-pass второго порядка и ФНЧ четвёртого порядка не были согласованы математически: их фазовые характеристики близки, но не тождественны, поэтому на частоте раздела сохранялся остаточный фазовый сдвиг. Известная практическая реализация (Elektor, 1987) [4] также опиралась на эмпирический подбор задержки all-pass фильтра, что делало схему критичной к допускам компонентов. Патент Aphex Systems [5] постулирует требование равенства частот среза и добротностей, но не даёт метода расчёта.

Общее ограничение всех перечисленных подходов — необходимость введения дополнительных корректирующих цепей (all-pass, линии задержки, эквалайзеры) или эмпирической подстройки. Предлагаемый в настоящей работе метод решает задачу аналитически: условие фазовой тождественности сводится к равенству полюсов all-pass и ФНЧ.

2. Топология вычитающего кроссовера

Структура кроссовера:

1. Входной сигнал подаётся на две ветви: фазокорректор (all-pass) и фильтр низких частот (ФНЧ).
2. All-pass сдвигает фазу полного сигнала, не меняя амплитуду.
3. ФНЧ выделяет низкочастотную составляющую.
4. Вычитатель вычитает НЧ-сигнал из фазокорректированного полного сигнала. Результат — ВЧ-сигнал.

3. Условие фазовой тождественности

Первоначально условие фазовой тождественности было получено прямым приравниванием фазовых характеристик all-pass и ФНЧ. После исключения арктангенсов задача свелась к равенству двух рациональных дробей, что дало систему уравнений. Ее решение оказалось громоздким, но позволило обнаружить скрытую структуру передаточных функций.

Запишем передаточные функции в операторном виде $(s = j\omega)$.

Фазокорректор: $H_{AP}(s) = K_u \frac{N_{AP}(s)}{D(s)}$, где $D(s) = s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + {\omega_0}^2$.

ФНЧ (два каскада): $H_{LP}(s) = \frac{{\omega_0}^4}{D(s)^2}$

При подстановке $s = j\omega$ числитель фазокорректора $N_{AP}(j\omega)$ является **комплексно-сопряженным** по отношению к знаменателю $D(j\omega)$. Следовательно, их аргументы равны по модулю и противоположны по знаку: $\arg N_{AP} = -\arg D$.

Тогда фаза фазокорректора: $\varphi_{AP}(\omega) = -\arg D - \arg D = -2\arg D$.

Для ФНЧ числитель ${\omega_0}^4$ — вещественная константа (аргумент 0). Фаза ФНЧ: $\varphi_{LP}(\omega) = 0 - \arg(D^2) = -2\arg D$.

Вывод: Фазы обоих каналов зависят **только от знаменателя** $D(s)$. Условие фазовой тождественности сводится к равенству знаменателей $D_{AP}(s) \equiv D_{LP}(s)$, что эквивалентно системе:

$$\begin{cases} \omega_{0,AP} = \omega_{0,LP} \\ Q_{AP} = Q_{LP} \end{cases}$$

4. Аналитическое решение и связь с частотой раздела

Аналитическое решение системы дает стандартные номиналы резисторов (E24) и перестройку частоты раздела заменой ёмкостей. Коэффициент передачи фазокорректора является функцией добротности. При $Q = 0.5$ он равен 0.2, что обеспечивает целые соотношения номиналов.

Условие фазовой тождественности определяет параметры ω_0 и Q, однако рабочая частота спада -6 дБ не совпадает с ω_0. Для двух каскадов ФНЧ при $Q = 0.5$ отношение составляет:

$$\frac{f_{-6дБ}}{f_0} = \sqrt{\sqrt{2} - 1} \approx 0.6436$$

Это значение используется при пересчете требуемой частоты кроссовера в ω_0 при расчете номиналов.

5. Моделирование

Симуляция в Micro-Cap 12 подтвердила теоретические выкладки. Неравномерность суммарной АЧХ составляет не более 0.045 дБ в диапазоне 20 Гц – 20 кГц. Фазовые характеристики НЧ и ВЧ каналов сливаются в одну линию. ГВЗ тождественно совпадает для обеих полос.

6. Экспериментальная проверка

6.1. Условия эксперимента. Для проверки был собран макет кроссовера с частотой раздела 86 Гц (Q=0.5) на операционных усилителях OPA1644, OPA1642 , с использованием резисторов 0.1% и полипропиленовых конденсаторов WIMA FKP3. Питание ±15 В. Измерения проводились в ПО REW с использованием звуковой карты Sound Blaster X3 (24 бит). Калибровка выполнялась методом сквозной петли (Loopback). Использовался логарифмический свип-тон. Визуальный контроль осуществлялся цифровым осциллографом DS213.

6.2. Результаты измерений.
На [Рис. 1] представлена суммарная АЧХ в стандартном масштабе. Горизонтальная линия демонстрирует отсутствие провалов в зоне раздела.

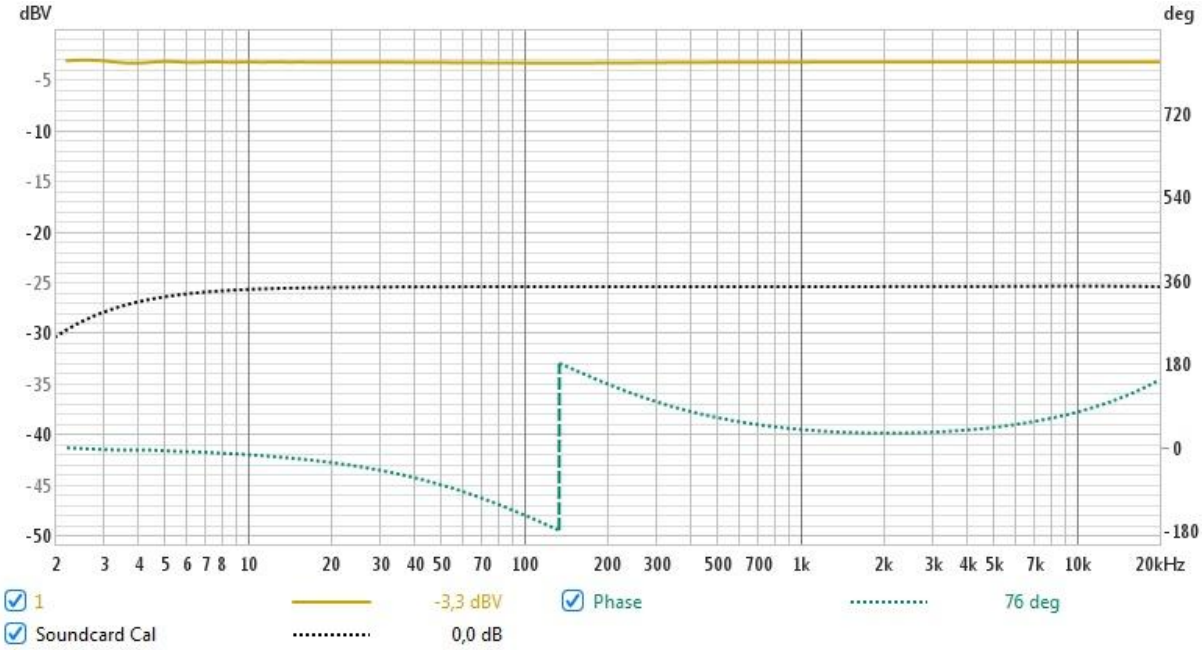


Рис. 1

В ходе симуляции в Micro-Cap 12 (с идеальными, математически точными номиналами) неравномерность суммарной АЧХ составляла **0,045 дБ**.

На Рис. 2 показана реальная суммарная АЧХ на выходе аналогового сумматора с ценой деления основной сетки 0,02 дБ. В отличие от идеализированной симуляции, в физическом макете наблюдается плавный провал амплитуды с общей неравномерностью **0,086 дБ** в районе частоты полюса $f_0 = 134 гц$.

Данное расхождение с теорией является ожидаемым и обусловлено исключительно технологическим разбросом компонентов. Как было указано в разделе 7.2, разброс емкостей в отобранной группе составлял 0,18%, а резисторов — 0,008%. Это привело к микроскопическому смещению полюсов all-pass и ФНЧ друг относительно друга, что и дало прирост неравномерности с 0,045 до 0,086 дБ.

Примечательно, что даже с учетом этого реального разброса, суммарная неравномерность АЧХ не превышает 0,086 дБ. Это в 5–10 раз превосходит точность классических кроссоверов (0,5–1,0 дБ) и находится на уровне разрешающей способности стандартных акустических измерений.

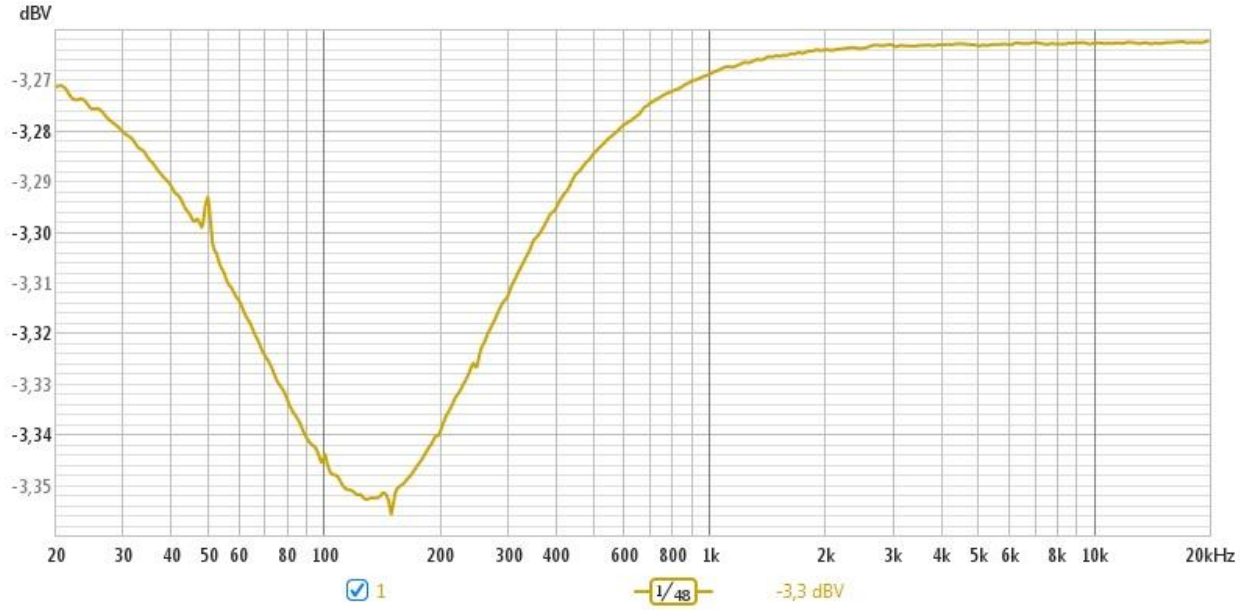


Рис. 2

На [Рис. 3] представлено групповое время задержки (ГВЗ). Монотонное убывание задержки от 4.6 мс на низких частотах до нуля подтверждает режим критического демпфирования (Q=0.5) и отсутствие паразитных пиков.

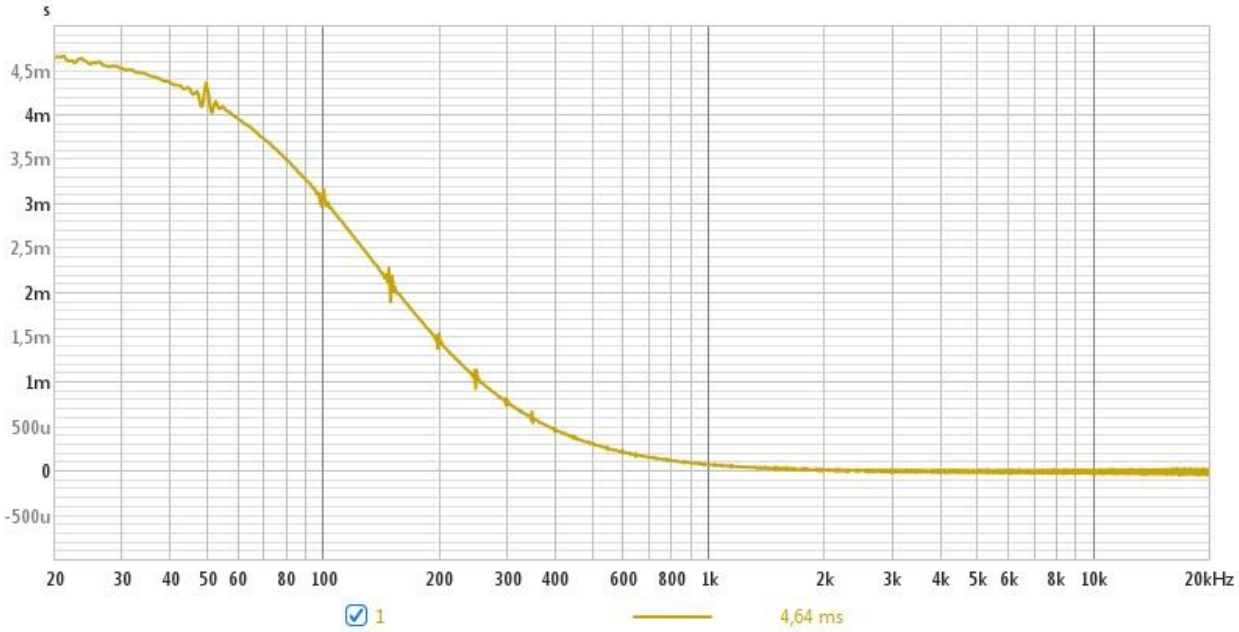


Рис. 3

На [Рис. 4] приведены осциллограммы НЧ- и ВЧ-каналов. В переходной зоне синусоиды обоих каналов синфазны, что подтверждает точное совпадение фаз.

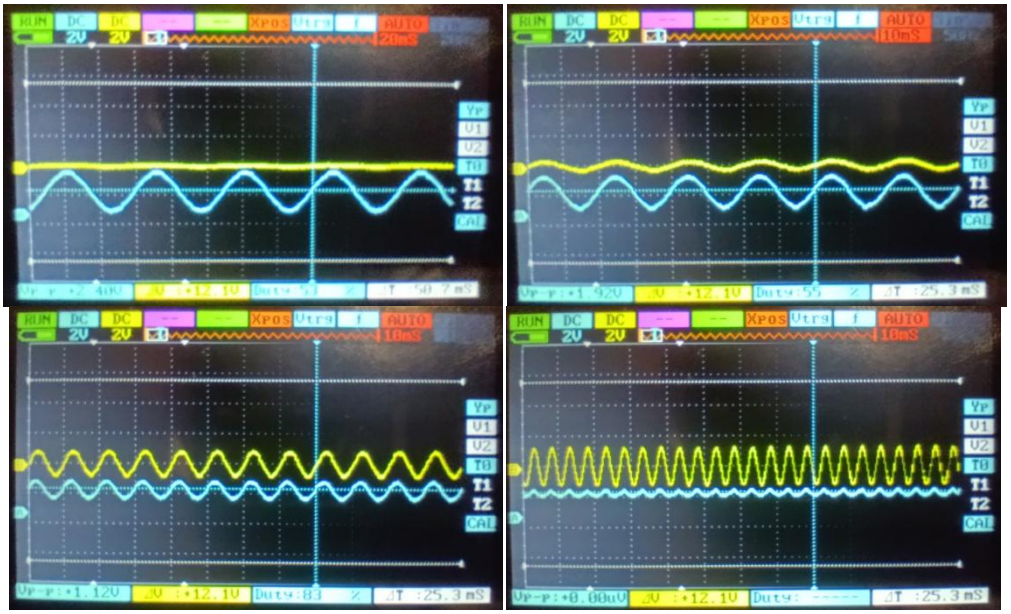


Рис. 4

На [Рис. 5] приведен отклик на прямоугольный сигнал (меандр). Отсутствие паразитных колебаний (pre-ringing) до начала фронта подтверждает причинно-обусловленный характер аналоговой схемы.

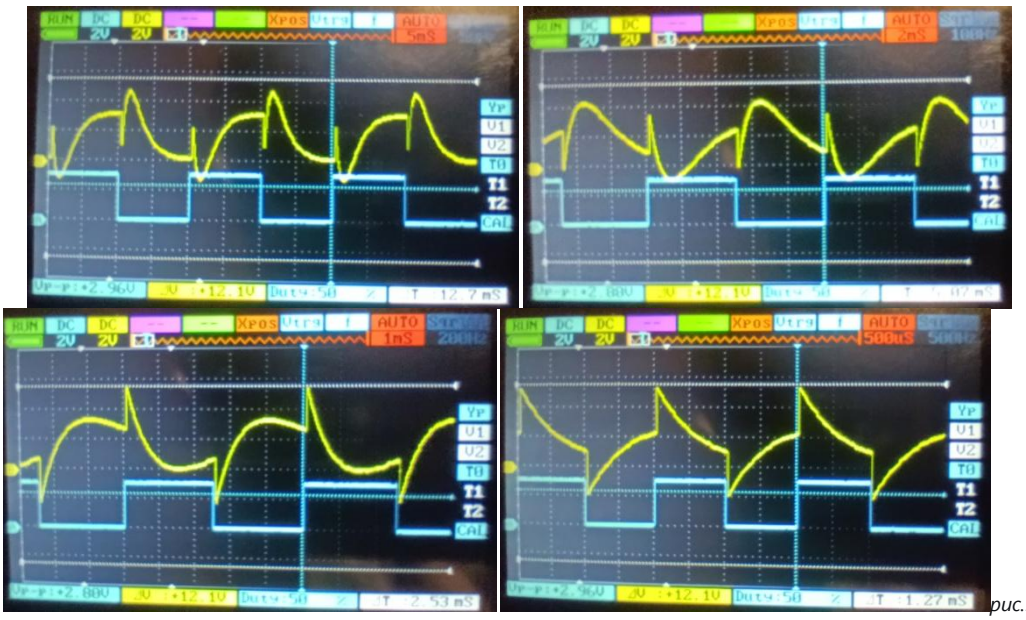


рис.5

7. Обсуждение и применения

Хотя работа мотивирована задачами звуковоспроизведения, предложенный метод не ограничивается аудиодиапазоном. Свойство сохранять фазовую когерентность при разделении широкополосного сигнала представляет интерес для фазовых антенных решеток (радиолокация), широкополосных приемопередатчиков (SDR, спутниковая связь), ультразвуковой визуализации и прецизионной измерительной техники.

8. Заключение

Топология вычитающего кроссовера с фазокорректором долгое время не имела строгого математического обоснования. В настоящей работе условие фазовой тождественности сведено к равенству полюсов all-pass и ФНЧ. Полученные формулы позволяют реализовать кроссовер с точным совпадением фаз. Работа дает инженерный инструмент для практической реализации фазокогерентных систем, идея которых была заложена в работах [3, 4].

Настоящий препринт представляет собой краткую версию работы, содержащую основные теоретические выкладки и экспериментальные результаты. Полный вывод передаточных функций, альтернативный путь решения задачи (через приравнивание полиномов 4-й степени), подробные таблицы номиналов для различных частот раздела и полное описание методики селекции компонентов будут представлены в расширенной версии статьи (Part 2).

Литература:

1. Small R.H. Constant-Voltage Crossover Network Design // JAES. 1971.
2. Kreskovsky J. A New High Slope, Linear Phase Crossover Using the Subtractive Delayed Approach. 2002.
3. Laski P. Linear Phase Crossover // Audio. 1981. November.
4. Baggen H. Active phase-linear crossover network // Elektor. 1987. September.
5. Aphex Systems. Phase-coherent crossover. Патент US5930374A.
6. Self D. The Design of Active Crossovers. Focal Press, 2011.

23 октября 2026 года

Мокринский

Вадим